測圓海鏡

مرآة البحر لقياس الدائرة

Ceyuan Haijing —Sea Mirror of Circle Measurements

卷一—卷三
المجلد الأول —المجلد الثالث
Volumes I –III

元　李冶　撰

لـ يه (لي جِه)، 1192–1279 م
(Li Ye / Li Zhi, 1192–1279 CE)

以天元術解勾股容圓一百七十問

حلّ مئة وسؤالٍ وسبعين مسألة في الدائرة المحاطة بالمثلث القائم
السماء عنصر بطريقة

Using the Method of the Celestial Element (Tian Yuan Shu)
to Solve 170 Problems on the Inscribed Circle
باستخدام طريقة عنصر السماء لحلّ 170 مسألة في الدائرة المحاطة

A foundational text of medieval Chinese algebra,
completed in the year 1248 of the Common Era.

أحد النصوص الأساسية في جبر العصور الوسطى الصينية،
ميلادية 1248 سنة في أُنجز

Bilingual Chinese–Arabic Edition / الطبعة الثنائية الصينية–العربية

Contents

1 Introduction / مقدمة **2**

2 Original Preface / المدمة الأصلية **3**

3 Volume 1 / المجلد الأول 卷一 **4**

3.1 Circle City Diagram / رسمة المدينة الدائرية)圓城圖式(. 4

3.2 General Rate Names / أسماء المعدّلات العامة)總率名號(. 4

3.3 Current Question Numbers / أعداد المسائل الحاضرة)今問正數(. 5

3.4 Identification Miscellaneous Records / سجلات التمييز المتنوعة)識別雜記(. 7

4 Volume 2 / المجلد الثاني 卷二 **9**

5 Volume 3 / المجلد الثالث 卷三 **14**

6 The Tian Yuan Shu Method / 術元天 طريقة عنصر السماء **24**

6.1 Methodology / المنهجية 24

6.2 Polynomial Notation / الرمز متعدّد الحدود 24

6.3 Example: Quadratic Equation / مثال: معادلة تربيعية 25

6.4 Historical Significance / الأهمية التاريخية 25

6.5 Key Terms Glossary / قائمة المصطلحات الرئيسية 26

1 Introduction / مقدمة

The *Ceyuan Haijing* (測圓海鏡, literally "Sea Mirror of Circle Measurements") is the masterpiece of Li Ye (李冶, also known as Li Zhi, 1192–1279), one of the four great mathematicians of the Song–Yuan period of China, alongside Yang Hui, Qin Jiushao, and Zhu Shijie.

Completed in 1248, this work systematically applies the **tian yuan shu** (天元術, "method of the celestial element")—an algebraic method for setting up and solving polynomial equations—to a total of 170 geometric problems concerning a circle inscribed in or related to a right triangle (勾股容圓).

The book is organized as follows:

- **Volume 1** establishes the theoretical foundation: the *Circle City Diagram* (圓城圖式), the *General Rate Names* (總率名號), the *Current Question Numbers* (今問正數), and the *Identification Miscellaneous Records* (識別雜記) containing 692 geometric formulas.
- **Volumes 12–2** present 170 problems, solved by the tian yuan shu method. The problems involve equations of degrees ranging from 1 to 6.

The present document contains the complete text of **Volumes 3–1**, comprising all foundational material and the first suite of problems.

يعتبر كتاب «مرآة البحر لقياس الدائرة» (測圓海鏡) تحفة الرياضياتي لي يه (李冶، المعروف أيضًا باسم لي جيه، 1192–1279 م)، أحد العُظماء الأربعة في الرياضيات خلال فترة سونغ–يوان في الصين، إلى جانب يانغ هُوي وتشين جيُوشاو وتشو شِجيه.

أُنجز هذا العمل في سنة 1248 م، ويطبّق بشكل منهجي **طريقة عنصر السماء** (天元術) —وهي طريقة جبرية لوضع وحلّ المعادلات متعدّدة الحدود— على 170 مسألة هندسية تتعلق بدائرة محاطة بمثلث قائم أو مرتبطة به (勾股容圓).

يُنظَّم الكتاب على النحو التالي:

- **المجلد الأول**: يضع الأسس النظرية: رسمة المدينة الدائرية (圓城圖式)، وأسماء المعدّلات العامة (總率名號)، وأعداد المسائل الحاضرة (今問正數)، وسجلات التمييز المتنوعة (識別雜記) التي تحتوي على 692 صيغة هندسية.
- **المجلدات 12–2**: تعرض 170 مسألة، تُحلّ بطريقة عنصر السماء، وتشمل معادلات درجتها من الدرجة الأولى إلى السادسة.

يحتوي هذا الكتاب على النص الكامل للمجلدات **3–1**، بما فيها جميع المواد الأساسية وأول مجموعة من المسائل.

2 Original Preface / المدمة الأصلية

數本難窮，吾欲以力強窮之，彼其數不惟不能得其凡，而吾之力且憊矣。然則數果不可以窮耶？既已名之數矣，則又何為而不可窮也。

故謂數為難窮斯可，謂數為不可窮斯不可。何則？彼其冥冥之中，固有昭昭者存，夫昭昭者其自然之數也。非自然之數，其自然之理也。數一出於自然，吾欲以力強窮之，使隸首復生亦末如之何也已。

苟能推自然之理，以明自然之數，則雖遠而乾端坤倪，幽而神情鬼狀，未有不合者矣。

予自幼喜算數，恆病夫考圓之術例出於牽強，殊乖於自然，如古率、徽率、密率之不同，截弧、截矢、截背之互見，內外諸角，析剖支條，莫不各自名家，與世作法。及反覆研究，卒無以當吾心焉。

老大以來，得洞淵九容之說，日夕玩繹，而向之病我者，使爆然落去而無遺余。山中多暇，客有從余求其說者，於是乎又為衍之，遂累一百七十問。

既成編，客復目之《測圓海鏡》，蓋取夫天臨海鏡之義也。

昔半山老人集《唐百家詩選》，自謂廢日力於此，良可惜。明道先生以上蔡謝君記誦為玩物喪志。夫文史尚矣，猶之為不足貴，況九九賤技能乎！

嗜好酸鹹，平生每痛自戒勅，竟莫能已，類有物憑之者，吾亦不知其然而然也。

故嘗私為之解曰：由技兼於事者言之，夷之禮，夔之樂，亦不免為一技。由技進乎道者言之，石之斤，扁之輪，非聖人之所與乎。

覽吾之編，察吾苦心，其憫我者當百數，其笑我者當千數。乃若吾之所自得，則自得焉耳，寧復為人憫笑計哉。

李冶序

أصل الأعداد يصعب استنفاده، ولو حاولتُ إجباره بالقوة، لما استطعتُ الحصول على جوهره، بل وستنضب قواي. فهل الأعداد لا تُستنفد حقًّا؟ بما أنها سُمّيت «أعدادًا»، فكيف لا يمكن استنفادها؟

فمن الجائز القول إنّ الأعداد يصعب استنفادها، لكن لا يجوز القول إنها لا تُستنفد. ولماذا؟ ففي وسط الظلام يوجد نورٌ باطن، وهذا النور هو العدد الطبيعي. بل هو ليس العدد الطبيعي وحسب، بل هو المبدأ الطبيعي. بما أن الأعداد تنبثق من الطبيعة، فلو حاولتُ إجبارها بالقوة، حتى لو بُعث لي شو (مخترع الحساب الأسطوري) من جديد، لعجز عن الأمر.

فإذا أمكن استنباط المبادئ الطبيعية لإيضاح الأعداد الطبيعية، فحتى أقاصي السماء وأطراف الأرض، وحتى أسرار الأرواح والأشباح، لن يخلوا من التوافق.

منذ صغري أحببتُ الحساب، وكنتُ أشكو دومًا أنّ طرق دراسة الدائرة تبدو مُكرهة وغير طبيعية —فالنسب القديمة والنسب الدقيقة والنسب المُحكَمة تختلف، والأقواس والأوتار والظهور تتباين، والزوايا الداخلية والخارجية تُحلّل إلى فروع. كلّ مدرسة وضعت اسمها وطريقتها للعالم. غير أنّ دراستها المتكرّرة لم تُشبِع فضولي.

في الكبر، حصلتُ على نظرية «تسعة استيعابات دونغ يوان» (洞淵九容)، وقد تأمّلتُها ليل نهار، فزال ما كان يؤلمني دفعةً واحدةً بلا أثر. وإذ كانت لديّ فراغاتٌ في الجبال، طلب منّي ضيوفي شرح هذه النظرية، فوسّعتُها حتى بلغت مئة وسبعين مسألة.

ولما اكتمل التأليف، أطلق عليه أحد الضيوف اسم «مرآة البحر لقياس الدائرة»، مستوحىً من معنى «السماء التي تُشرف على مرآة البحر».

لقد جمع «شيخ نصف الجبل» مختاراتٍ من شعر مئة شاعرٍ من تانغ، معتبرًا ذلك إضاعةً للوقت. وقد زَمَر مستر مينغداو بشي شيه من شانغتساي لحفظه الشعر. وإذا كان الأدب والتاريخ —رغم علوّ شأنهما —لا يُعَدّان ثمينَين، فكيف بمهارة الضرب «تسعة في تسعة» الهزيلة!

إنّ حبّ الملح والخل، فقد حاولتُ طوال حياتي توبيخ نفسي والامتناع عنها، لكنني عجزتُ، كأنّ شيئًا ما يدفعني، ولا أدري كيف يحصل هذا.

ولذا فسّرتُ ذلك لنفسي: من جهة تطبيق المهارات، فإنّ طقوس يي وموسيقى كويي لا تخلوا من كونها مهارة. ومن جهة الارتقاء بالمهارة إلى الطريق، فإنّ فأس بن شي وعجلة بيان —أليس هما مما يُثنى عليه الحكماء؟

من يطالع تأليفي ويلمس جهدي، سيجد من يشفق عليّ بالمئات، ومن يسخروا مني بالألوف. أمّا ما اكتسبته لنفسي فهو لي وحدي، وهل أبالي بمن يشفق أو يسخر؟

تقديم لي يه

3 Volume 1 / المجلد الأول 卷一

Volume 1 is the theoretical foundation of the entire work. It comprises four major sections:

1. **Circle City Diagram** (圓城圖式) — the master geometric configuration
2. **General Rate Names** (總率名號) — definitions of all 15 right triangles and their elements
3. **Current Question Numbers** (今問正數) — numerical values for all line segments
4. **Identification Miscellaneous Records** (識別雜記) — 692 geometric formulas

المجلد الأول هو الأساس النظري للعمل بأكمله. ويتألّف من أربعة أقسام رئيسية:

1. **رسمة المدينة الدائرية** (圓城圖式) — التكوين الهندسي الرئيسي
2. **أسماء المعدّلات العامة** (總率名號) — تعريف المثلثات القائمة الخمسة عشر وعناصرها
3. **أعداد المسائل الحاضرة** (今問正數) — القيم الرقمية لجميع الخطوط
4. **سجلات التمييز المتنوعة** (識別雜記) — 692 صيغة هندسية

3.1 Circle City Diagram / رسمة المدينة الدائرية (圓城圖式)

The *Circle City Diagram* is the master geometric configuration upon which all 170 problems are based. It consists of a large right triangle (called 勾股形, "leg–leg shape") with its inscribed circle, together with specific points and lines.

The scenario Li Ye constructs is:

> 假令有圓城一所，不知周徑，四面開門，門外縱橫各有十字大道。其西北十字道頭定為乾地，其東北十字道頭定為艮地，其東南十字道頭定為巽地，其西南十字道頭定為坤地。所有測望雜法一一設問如後。

The 22 Named Points. The largest right triangle has vertices **Tian** (天, Heaven), **Di** (地, Earth), and **Qian** (乾). The center of the inscribed circle is called **Xin** (心, Heart). Key points include intersections of horizontal and vertical lines through the center and other constructed lines. Each point is designated by a single Chinese character:

天	地	乾	心	日	南	北	川
東	西	艮	坤	山	月	巽	青
泉	朱	金	泛	旦	夕		

إنّ رسمة المدينة الدائرية هي التكوين الهندسي الرئيسي الذي تستند إليه جميع المسائل الـ170. وتتألّف من مثلث قائم كبير (يُسمّى 勾股形، «شكل الضلع–الضلع») مع دائرته المحاطة، بالإضافة إلى نقاط وخطوط مُحدّدة.

والمنطق الذي بناه لي يه هو:

> لنفترض مدينة دائرية محيطها وقطرها مجهولان، لها أبواب على الجوانب الأربعة، وخارج كلّ باب طرقات متقاطعة شمالية – جنوبية وشرقية – غربية. الطرقات المتقاطعة الشمالية – الغربية تُسمّى «تشيين» (乾)، والشمالية – الشرقية «كين» (艮)، والجنوبية–الشرقية «شون» (巽)، والجنوبية–الغربية «كون» (坤). جميع طرق القياس مفصّلة في المسائل أدناه.

النقاط الثانية والعشرون المُسمّاة. المثلث القائم الأكبر له رؤوس **تيان** (天، السماء)، **ودي** (地، الأرض)، **وتشيين** (乾). ويُسمّى مركز الدائرة المحاطة **شين** (心، القلب). وتشمل النقاط الرئيسية تقاطعات الخطوط الأفقية والعمودية عبر المركز وخطوط أخرى مُنشأة. كلّ نقطة تُحدّد بحرفٍ صينيّ واحد:

天	地	乾	心	日	南	北	川
東	西	艮	坤	山	月	巽	青
泉	朱	金	泛	旦	夕		

3.2 General Rate Names / أسماء المعدّلات العامة (總率名號)

The work studies **15 right triangles**, all having a segment of the *Tiandi* (天地) line as their hypotenuse (弦, "string"). The *General Rate Names* define these triangles and their three sides.

In each triangle:

- 弦 (c) — the hypotenuse (斜邊)
- 股 (b) — the longer vertical leg
- 勾 (a) — the shorter horizontal leg

يدرس هذا الكتاب **15 مثلثًا قائمًا**، جميعها يتخذ قطعةً من خط تياندي (天地) وترًا له (弦 ، «الوتر»). وتحدّد أسماء المعدّلات العامة هذه المثلثات وأضلاعها الثلاثة.

في كلّ مثلث:

- **الوتر** (c) — الوتر (弦)
- **الضلع الطويل** (b) — الضلع الرأسي الأطول (股)
- **الضلع القصير** (a) — الضلع الأفقي الأقصر (勾)

No.	Name / الاسم	弦 الوتر	股 الضلع	勾 القاعدة
1	通 تونغ (العام)	通弦	通股	通勾
2	邊 بيان (الجانب)	邊弦	邊股	邊勾
3	底 دي (القاعدة)	底弦	底股	底勾
4	黃廣 هوانغ غوانغ	黃廣弦	黃廣股	黃廣勾
5	黃長 هوانغ تشانغ	黃長弦	黃長股	黃長勾
6	上高 شانغ غاو (العلوي)	上高弦	上高股	上高勾
7	下高 شيا غاو (السفلي)	下高弦	下高股	下高勾
8	上平 شانغ بينغ	上平弦	上平股	上平勾
9	下平 شيا بينغ	下平弦	下平股	下平勾
10	大差 دا تشا (الكبير)	大差弦	大差股	大差勾
11	小差 شياو تشا (الصغير)	小差弦	小差股	小差勾
12	皇極 هوانغ جي (القصوي)	皇極弦	皇極股	皇極勾
13	太虛 تاي شُو (الخالص)	太虛弦	太虛股	太虛勾
14	明 مينغ (الضوء)	明弦	明股	明勾
15	叀 تشوان (التركيز)	叀弦	叀股	叀勾

Note: 上高 = 下高 and 上平 = 下平, so among 15 triangles, only 13 are distinct.

ملاحظة: 上高 = 下高 و 上平 = 下平 ، لذا من بين 15 مثلثًا، هناك 13 مثلثًا مميزًا فقط.

3.3 Current Question Numbers / أعداد المسائل الحاضرة (今問正數)

This section gives the numerical value of every line segment in the diagram. The **radius of the inscribed circle is taken as 120 steps** (步), which serves as the standard unit.

1. 通 (Tong / General)

弦六百八十	勾三百二十	股六百
勾股和九百二十	較二百八十	
勾和一千	較三百六十	
股和一千二百八十	較八十	
較和九百六十	較四百	
和和一千六百	較二百四十	

That is: hypotenuse $c = 680$, short leg $a = 320$, long leg $b = 600$.

يعطي هذا القسم القيمة الرقمية لكلّ قطعة خط في الرسمة. **يُؤخذ نصف قطر الدائرة المحاطة بوحدة 120 خطوة** (步)، وهي تُستخدم كوحدة قياس معيارية.

1. تونغ (العام)

الوتر 680	الضلع 600	القاعدة 320
مجموع القاعدة والضلع 920	الفرق 280	
مجموع القاعدة 1000	الفرق 360	
مجموع الضلع 1280	الفرق 80	
مجموع الفرق 960	الفرق 400	
المجموع الكلي 1600	الفرق 240	

أي: الوتر $c = 680$، القاعدة $a = 320$، الضلع $b = 600$.

2. 邊 (Bian / Side)

弦五百四十四	勾二百五十六	股四百八十
勾股和七百三十六	較二百二十四	
勾和八百	較二百八十八	
股和一千零二十四	較六十四	
較和七百六十八	較三百二十	
和和一千二百八十	較一百九十二	

2. بيان (الجانب)

القاعدة 256	الضلع 480	الوتر 544
	الفرق 224	مجموع القاعدة والضلع 736
	الفرق 288	مجموع القاعدة 800
	الفرق 64	مجموع الضلع 1024
	الفرق 320	مجموع الفرق 768
	الفرق 192	المجموع الكلي 1280

3. 底 (Di / Base)

弦四百二十五	勾二百	股三百七十五
勾股和五百七十五	較一百七十五	
勾和六百二十五	較二百二十五	
股和八百	較五十	
較和六百	較二百五十	
和和一千	較一百五十	

3. دي (القاعدة)

القاعدة 200	الضلع 375	الوتر 425
	الفرق 175	مجموع القاعدة والضلع 575
	الفرق 225	مجموع القاعدة 625
	الفرق 50	مجموع الضلع 800
	الفرق 250	مجموع الفرق 600
	الفرق 150	المجموع الكلي 1000

4. 黃廣 (Huang Guang)

弦五百一十　勾二百四十　股四百五十
(即城徑也 — this is the city diameter)
勾股和六百九十　較二百一十

4. هوانغ غوانغ

القاعدة 240	الضلع 450	الوتر 510
	(هذا هو قطر المدينة)	
	الفرق 210	مجموع القاعدة والضلع 690

The remaining 11 triangles follow the same pattern, each with 13 numerical quantities, giving a total of $15 \times 13 = 195$ numerical entries.

تتبع المثلثات الـ11 المتبقية النمط نفسه، ولكلّ منها 13 كمية رقمية، ما يعطي إجمالاً $15 \times 13 = 195$ مدخلاً رقمياً.

3.4 Identification Miscellaneous Records / سجلات التمييز المتنوعة (識別雜記)

This is the theoretical heart of the work. It contains **692 geometric formulas** relating the various line segments in the diagram. These formulas are purely geometric theorems, independent of any particular numerical values. The problems in all subsequent volumes are solved by using these formulas together with the tian yuan shu.

The section is divided into eight parts:

1. **Various Names** (諸雜名目) — general definitions and 30+ theorems
2. **Five Sums and Five Differences** (五和五較)
3. **Various Hypotenuses** (諸弦)
4. **Large and Small Differences** (大小差)
5. **Various Differences** (諸差)
6. **Mutual Relations of Rates** (諸率互見)
7. **Four-Place Supplement** (四位拾遺)
8. **Supplement** (拾遺)

هذا هو القلب النظري للعمل. ويحتوي على **692 صيغة هندسية** تربط الخطوط المختلفة في الرسمة. هذه الصيغ هي مبرهنات هندسية خالصة، مستقلة عن أي قيم رقمية مُعيّنة. وتُحلّ مسائل المجلدات التالية باستخدام هذه الصيغ معاً مع طريقة عنصر السماء.

يُقسّم هذا القسم إلى ثمانية أجزاء:

1. **الأسماء المتنوعة** (諸雜名目) —تعريفات عامة وأكثر من 30 مبرهنة
2. **المجاميع الخمسة والفروق الخمسة** (五和五較)
3. **الأوتار المختلفة** (諸弦)
4. **الفروق الكبيرة والصغيرة** (大小差)
5. **الفروق المختلفة** (諸差)
6. **العلاقات المتبادلة للمعدّلات** (諸率互見)
7. **التكميلة الرباعية** (四位拾遺)
8. **التكميلة** (拾遺)

Sample Definitions from 諸雜名目 / نماذج تعريفات من «الأسماء المتنوعة»:

Name	Definition	التعريف
内率	明勾 × 叀股	القاعدة المضيئة × ضلع التركيز
外率	明股 × 叀勾	ضلع المضيء × قاعدة التركيز
虚率	虚勾 × 虚股	القاعدة الخالصة × الضلع الخالص
角差	高股 − 平勾	ضلع المرتفع − قاعدة المستوي
次差	(明股 − 明勾) + (叀股 − 叀勾)	(ضلع المضيء−قاعدته) + (ضلع التركيز−قاعدته)
混同和	黄長股 + 黄廣勾	ضلع هوانغ تشانغ + قاعدة هوانغ غوانغ
傍差	(明股 − 明勾) − (叀股 − 叀勾)	(ضلع المضيء−قاعدته) − (ضلع التركيز−قاعدته)

Sample Theorems / نماذج من المبرهنات:

- 凡大差小差相乘為半段徑冪。

  The product of the large difference and small difference equals half the square of the diameter.

- 大差勾小差股相乘同上。

  The product of the large-difference short-leg and the small-difference long-leg equals the same.

- 黄廣股黄長勾相乘為經冪。

- إنّ حاصل ضرب الفرق الكبير والفرق الصغير يساوي نصف مربّع القطر.
- حاصل ضرب قاعدة الفرق الكبير وضلع الفرق الصغير يساوي المقدار نفسه.
- حاصل ضرب ضلع هوانغ غوانغ وقاعدة هوانغ تشانغ يساوي مربّع القطر.
- مجموع الضلعين القائمين يساوي مجموع الوتر وقطر الدائرة المحاطة.

The product of the Huangguang long-leg and Huangchang short-leg equals the square of the diameter.

أي: $a + b = c + d$، حيث d هو قطر الدائرة المحاطة

- 勾股和即弦黄和。

  The sum of the two legs equals the sum of the hypotenuse and the diameter of the inscribed circle.

  That is: $a + b = c + d$, where d is the diameter.

4 Volume 2 / المجلد الثاني 卷二

正率一十四問 — Fourteen Questions on Standard Rates

These fourteen problems form the "Dongyuan Nine Containments" (洞淵九容) sequence, derived from the earlier work of the Daoist master Li Sicong (李思聰, known as "Master Dongyuan"). They present the nine fundamental types of circles contained in or related to a right triangle, plus five additional problems.

أربعة عشر مسألة في المعدّلات المعيارية

تُشكّل هذه المسائل الأربعة عشر سلسلة «تسعة استيعابات دونغ يوان» (洞淵九容)، المستوحاة من عمل السيّد الطاووي لي سِتسونغ (李思聰 ، المعروف باسم «سيّد دونغ يوان»). وهي تعرض تسعة أنواع أساسية من الدوائر المحاطة بالمثلث القائم أو المرتبطة به، بالإضافة إلى خمس مسائل إضافية.

Problem 1 / المسألة الأولى 第一問

或問：甲乙二人俱在乾地，乙東行三百二十步而立，甲南行六百步望見乙，問徑幾里？

答 城徑二百四十步。

法曰 此為勾股容圓也。以勾股相乘，倍之為實，並勾股冪以求弦，復加入勾股共，以為法。

草曰 置甲南行六百步在地，以乙東行三百二十步乘之，得一十九萬二千步，倍之得三十入萬四千步為實。以乙東行步自之，得一十萬零二千四百步為勾冪；以甲南行步自之，得三十六萬步為股冪。二冪相並，得四十六萬二千四百步為方實，以平方開之，得六百八十步，則弦也。以弦加勾股共，共得一千六百步以為法。如法而一，得二百四十步，則城徑也。合問。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع تشيين. يسير ب نحو الشرق 320 خطوة ويقف، ويسير أ نحو الجنوب 600 خطوة ويرى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: 240 خطوة.

الطريقة: مسألة هذه الدائرة المحاطة بالمثلث القائم. اضرب الضلعين القائمين لاستخراج الضلعين مربّعي واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القاسية. فتكون الضلعين مجموع أضف ثم الوتر،

الحل: سير بمسافة واضربها خطوة) (600 الجنوب نحو أ سير مسافة ضع واضعفها خطوة، 192000 على تحصل خطوة)، (320 الشرق نحو ب نحو ب سير مسافة ربّع الذات. وهي خطوة 384000 على فتحصل أ سير مسافة ربّع القاعدة، مربّع وهي 102400 على فتحصل الشرق المربّعين اجمع الضلع. مربّع وهي 360000 على فتحصل الجنوب نحو التربيعي الجذر واستخرج المربّعة، الذات وهي 462400 على فتحصل الضلعين، مجموع إلى الوتر أضف الوتر. وهي خطوة 680 على فتحصل القاسية على الذات اقسم القاسية. وهو خطوة 1600 المجموع يصبح المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240 على فتحصل

Problem 2 / المسألة الثانية 第二問

或問：甲乙二人俱在西門，乙東行二百五十六步，甲南行四百八十步望見乙，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為勾上容圓也。以勾股相乘，倍之為實，並勾股冪以求弦，加入股以為法。

草曰 置甲南行四百八十步在地，以乙東行二百五十六步乘之，得一十二萬二千八百八十步，倍之得二十四萬五千七百六十步為實。以乙東行步自之，得六萬五千五百三十六步為勾冪；以甲南行步自之，得二十三萬零四百步為股冪。勾股冪相並，得二十九萬五千九百三十六步為方實，

سُئل: رجلان أ وب يقفان عند الباب الغربي. يسير ب نحو الشرق 256 خطوة، ويسير أ نحو الجنوب 480 خطوة ويرى ب. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 خطوة.

الطريقة: مسألة هذه الدائرة المحاطة على القاعدة. اضرب الضلعين القائمين الوتر، لاستخراج الضلعين مربّعي واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القاسية. فتكون الضلع أضف ثم

الحل: سير بمسافة واضربها خطوة) (480 الجنوب نحو أ سير مسافة ضع واضعفها خطوة، 122880 على تحصل خطوة)، (256 الشرق نحو ب نحو ب سير مسافة ربّع الذات. وهي خطوة 245760 على فتحصل

以平方開之，得五百四十四步為弦也。以弦加入南行步，共得一千零二十四步以為法。而一，得二百四十步則城徑。合問。

نحو أ سير مسافة ربّع القاعدة، مربّع وهي 65536 على فتحصل الشرق الضلعين مربّعي اجمع الضلع. مربّع وهي 230400 على فتحصل الجنوب التربيعي الجذر واستخرج المربّعة، الذات وهي 295936 على فتحصل نحو السير مسافة إلى الوتر أضف الوتر. وهي خطوة 544 على فتحصل على الذات اقسم القاسية. وهو خطوة 1024 المجموع يصبح الجنوب، المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240 على فتحصل القاسية

Problem 3 / المسألة الثالثة 第三問

或問：甲乙二人俱在北門，乙東行二百步而止，甲南行三百七十五步望見乙，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為股上容圓也。以勾股相乘，倍之為實，以勾股冪求弦，加入勾以為法。

草曰 置甲南行三百七十五步，以乙東行二百步乘之，得七萬五千步，倍之得一十五萬步為實。以乙東行自之，得四萬步為勾冪；以甲南行自之，得一十四萬零六百二十五步為股冪。勾股冪相並，得一十八萬零六百二十五步為方實。如平方而一，得四百二十五步則弦也。加入乙東行二百步，共得六百二十五步以為法。以法除之，得二百四十步，則城徑也。合問。

سُئل: رجلان أ وب يقفان عند الباب الشمالي. يسير ب نحو الشرق 200 خطوة ويقف، ويسير أ نحو الجنوب 375 خطوة ويرى ب. الجواب كالسابق.

الجواب: قطر المدينة 240 خطوة.

الطريقة: هذه مسألة الدائرة المحاطة على الضلعين اضرب الضلع. القائمين ثم الضلعين، مربّعي من الوتر واستخرج الذات، فتكون الناتج واضعف القاسية. فتكون القاعدة أضف

الحل: مسافة ضع أ سير نحو الجنوب (375 خطوة) سير بمسافة واضربها خطوة، 75000 على تحصل خطوة)، (200 الشرق نحو ب واضعفها خطوة، (200 الشرق نحو ب سير مسافة ربّع الذات. وهي خطوة 150000 على فتحصل نحو أ سير مسافة ربّع القاعدة، مربّع وهي 40000 على فتحصل الشرق الضلعين مربّعي اجمع الضلع. مربّع وهي 140625 على فتحصل الجنوب التربيعي الجذر استخرج المربّعة. الذات وهي 180625 على فتحصل الشرق نحو ب سير مسافة أضف الوتر. وهي خطوة 425 على فتحصل الذات اقسم القاسية. وهو خطوة 625 المجموع يصبح خطوة)، (200 مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240 على فتحصل القاسية على المطلوب.

Problem 4 / المسألة الرابعة 第四問

或問：甲乙二人俱在圓城中心而立，乙穿城向東行一百三十六步而止，甲穿城南行二百五十五步望見乙，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為勾股上容圓也。以勾股相乘，倍之為實，並勾股冪如法求弦，以為法。

草曰 以二行步相乘，得三萬四千六百八十步，倍之得六萬九千三百六十步為實。置乙東行自之，得一萬八千四百九十六步為勾冪；又以甲南行自之，得六萬五千零二十五步為股冪。二冪相並，得八萬三千五百二十一步為方實，以平方開之，得二百八十九步即弦也。便以為法。如法除實，得二百四十步，即圓城之徑也。合問。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في مركز المدينة الدائرية. يعبر ب المدينة ويسير نحو الشرق 136 خطوة ويقف، ويعبر أ المدينة ويسير نحو الجنوب 255 خطوة ويرى ب. الجواب كالسابق.

الجواب: قطر المدينة 240 خطوة.

الطريقة: هذه مسألة الدائرة المحاطة على القاعدة. المسافتين اضرب والضلع الوتر لاستخراج الضلعين مربّعي واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القاسية. فتكون

الحل: فتحصل المسافتين اضرب فتحصل الشرق نحو ب سير مسافة ربّع الذات. وهي خطوة 69360 على فتحصل الجنوب نحو أ سير مسافة ربّع القاعدة، مربّع وهي 18496 على 83521 على فتحصل المربّعين اجمع الضلع. مربّع وهي 65025 على

خطوة 289 على فتحصل التربيعي الجذر واستخرج المربّعة، الذات وهي 240 على فتحصل القاسية على الذات اقسم القاسية. وهي الوتر. وهي المطلوب. مع يتطابق الدائرية. المدينة قطر وهي خطوة

Problem 5 / المسألة الخامسة 第五問

或問：甲乙二人同立於乾地，乙東行一百八十步遇塔而止，甲南行三百六十步，回望其塔正居城徑之半，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為弦上容圓也。以勾股相乘，倍之為實，以勾股和為法。

草曰 以二行步相乘，得六萬四千八百步，倍之得一十二萬九千六百步為實。並二行步，得五百四十步以為法。除實，得二百四十步，即城徑也。合問。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع تشيين. يسير ب نحو الشرق 180 خطوة حتى يصل البرج ويقف، ويسير أ نحو الجنوب 360 خطوة، وعندما ينظر إلى الوراء يرى البرج عند منتصف قطر المدينة. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: القائمين الضلعين اضرب الوتر. على المحاطة الدائرة مسألة هذه القاسية. فتكون القائمين الضلعين واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف

الحل: فتحصل واضعفها خطوة، 64800 على فتحصل المسافتين اضرب 540 على فتحصل المسافتين اجمع الذات. وهي خطوة 129600 على خطوة 240 على فتحصل القاسية على الذات اقسم القاسية. وهي خطوة المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي

Problem 6 / المسألة السادسة 第六問

或問：甲乙二人俱在坤地，乙東行一百九十二步而止，甲南行三百六十步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為勾外容圓也。以勾股相乘，倍之為實，以弦較和為法。

草曰 以二行步相乘，得六萬九千一百二十步，倍之得一十三萬八千二百四十步為實。置乙東行自之，得三萬六千八百六十四步為勾冪；又置甲南行自之，得一十二萬九千六百步為股冪。二冪相並，得一十六萬六千四百六十四步為方實，以平方開之，得四百零八，即弦也。又置甲南行步內減乙東行步，餘一百六十八步，即較也。以較加弦，共得五百七十六步以為法。實如法而一，得二百四十步，為城徑也。合問。

〔按〕此題用勾股求得弦，即可加減得弦較較為城徑。今必以勾股相乘倍積為實，求得弦較和為法，而後始得弦較較為城徑者，蓋欲因此並明勾股相乘之倍積為弦較較、弦較和相乘之積，非故為紆回也。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع كون. يسير ب نحو الشرق 192 خطوة ويقف، ويسير أ نحو الجنوب 360 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: الضلعين اضرب القاعدة. خارج المحاطة الدائرة مسألة هذه القاسية. فتكون والفرق الوتر واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القائمين

الحل: فتحصل واضعفها خطوة، 69120 على فتحصل المسافتين اضرب الشرق نحو ب سير مسافة ربّع الذات. وهي خطوة 138240 على الجنوب نحو أ سير مسافة ربّع القاعدة؛ مربّع وهي 36864 على فتحصل على فتحصل المربّعين اجمع الضلع. مربّع وهي 129600 على فتحصل على فتحصل التربيعي الجذر واستخرج المربّعة، الذات وهي 166464 نحو أ سير مسافة من الشرق نحو ب سير مسافة اطرح ثم الوتر. وهو 408 يصبح الوتر، إلى الفرق أضف الفرق. وهي خطوة 168 يتبقّى الجنوب، على فتحصل القاسية على الذات اقسم القاسية. وهو خطوة 576 المجموع المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240

〔تعليق〕 هذه في، المسألة، يمكن استخراج الوتر من القائمين الضلعين استخدام يجب أنّه غير المدينة. قطر على للحصول والطرح الجمع إجراء ثم والفرق الوتر ومجموع كذات، القائمين الضلعين ضرب حاصل ضعف توضيح هو ذلك من والغرض المدينة. قطر على الحصول ثم كقاسية، (الوتر ضرب حاصل يساوي القائمين الضلعين ضرب حاصل ضعف أنّ

التعقيد. مجرد وليس الفرق)، زائد و(الوتر الفرق) ناقص

Problem 7 / المسألة السابعة 第七問

或問：甲乙二人同立於艮地，甲南行一百五十步而止，乙東行八十步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為股外容圓也。以勾股相乘，倍之為實，以弦和較為法。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع كِن. يسير أ نحو الجنوب 150 خطوة ويقف، ويسير ب نحو الشرق 80 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 خطوة. المدينة قطر

الطريقة: هذه مسألة الدائرة المحاطة خارج الضلع. اضرب الضلعين والضلع الوتر مجموع فرق واجعل الذات، فتكون الناتج واضعف القائمين القاسية.

Problem 8 / المسألة الثامنة 第八問

或問：甲乙二人同立於坤地，甲南行一百九十二步而止，乙東行七十二步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為弦外容圓也。以勾股相乘，倍之為實，以勾股較為法。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع كون. يسير أ نحو الجنوب 192 خطوة ويقف، ويسير ب نحو الشرق 72 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 خطوة. المدينة قطر

الطريقة: هذه مسألة الدائرة المحاطة خارج الوتر. اضرب الضلعين القائمين القاسية. الضلعين فرق واجعل الذات، فتكون الناتج واضعف

Problem 9 / المسألة التاسعة 第九問

或問：甲乙二人俱在巽地，乙東行一百九十二步而止，甲南行三百六十步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為勾外容半圓也。以勾股相乘，倍之為實，以股弦和為法。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع شون. يسير ب نحو الشرق 192 خطوة ويقف، ويسير أ نحو الجنوب 360 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 خطوة. المدينة قطر

الطريقة: هذه مسألة نصف الدائرة المحاطة خارج القاعدة. اضرب فتكون والوتر الضلع واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القائمين الضلعين القاسية.

Problem 10 / المسألة العاشرة 第十問

或問：甲乙二人俱在艮地，甲南行一百五十步而止，乙東行八十步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 此為股外容半圓也。以勾股相乘，倍之為實，以勾弦和為法。

سُئل: رجلان أ وب يقفان في موقع كِن. يسير أ نحو الجنوب 150 خطوة ويقف، ويسير ب نحو الشرق 80 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 خطوة. المدينة قطر

الطريقة: هذه مسألة نصف الدائرة المحاطة خارج الضلع. اضرب الضلعين القاسية. فتكون والوتر القاعدة واجمع الذات، فتكون الناتج واضعف القائمين

The above ten problems constitute the "Dongyuan Nine Containments" (洞淵九容), supplemented by Problem 5 (弦上容圓). The remaining four problems of Volume 2 continue with additional standard-rate problems using the tian yuan shu method.

تُشكّل المسائل العشرة أعلاه «تسعة استيعابات دونغ يوان» (洞淵九容)، بالإضافة إلى المسألة الخامسة (الدائرة المحاطة على الوتر). وتستمر المسائل الأربع المتبقية في المجلد الثاني بمسائل إضافية في المعدّلات المعيارية باستخدام طريقة عنصر السماء.

5 Volume 3 / المجلد الثالث 卷三

邊股一十七問 – Seventeen Questions on the Side-Long-Leg

Volume 3 presents 17 problems in which the given data involve the *side long-leg* (邊股, b_2), defined as the long leg of the "Side" triangle (邊 triangle, No. 2 in the table), equal to 480 steps. In all problems of this volume, the unknown to be found is the diameter of the circular city (城徑 = 240 steps).

These problems demonstrate the increasing sophistication of the tian yuan shu method, with equations ranging from quadratic to cubic degree.

سبع عشرة مسألة في الضلع الجانبي

يعرض المجلد الثالث 17 مسألة تتضمّن البيانات المعطاة الضلع الطويل الجانبي (邊股 ، b_2)، المعرَّف بأنه الضلع الطويل للمثلث الجانبي (邊 ، رقم 2 في الجدول)، وهو يساوي 480 خطوة. وفي جميع مسائل هذا المجلد، المجهول المطلوب إيجاده هو قطر المدينة الدائرية (城徑 = 240 خطوة).

توضّح هذه المسائل التطوّر المتزايد في طريقة عنصر السماء، حيث تتراوح المعادلات من الدرجة الثانية إلى الدرجة الثالثة.

Problem 1 / المسألة الأولى 第一問

或問：乙出東門南行，不知步數而止。甲出西門南行四百八十步，望見乙，復就乙行五百一十步與乙相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 倍相減步，以乘二之甲南行步，為平方實，得城徑。

草曰 識別得二行相減，餘三十步，即乙出東門南行步也。倍相減步，得六十步，以乘二之甲南行步九百六十步，得五萬七千六百步，為平方實。如法開之，得二百四十步，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب مسافة مجهولة ويقف. يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة، ويرى ب، ثم يسير نحو ب 510 خطوة حتى يلتقي به. الجواب كالسابق.

الجواب: المدينة قطر 240 خطوة.

الطريقة: نحو أ سير مسافة بضعف واضربه المسافتين، بين الفرق اضعف المدينة. قطر على وتحصل التربيع، ذات فتكون الجنوب،

الحل: ب سير مسافة وهي خطوة، 30 يتبقّى المسافتين، نطرح بالتمييز: خطوة، 60 على فنحصل الفرق نضعف الجنوب. نحو الشرقي الباب من على فنحصل خطوة)، (960 الجنوب نحو أ سير مسافة بضعف ونضربها 240 على فنحصل الجذر نستخرج التربيع. ذات وهي خطوة 57600 المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة

Problem 2 / المسألة الثانية 第二問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙從艮隅東行八十步，望見甲，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 倍南行步，以東行步乘之為實，東行步為從方，一步常法，得全徑。

草曰 立天元一為全徑，以減於二之甲南行步，得為兩個大差也。以乙東行步乘之，得為圓徑冪，寄左。然後以天元冪與左相消，得以帶縱平方開之，得二百四十步，即城徑也。合問。

又法：半之乙東行步，乘南行步為實，半之乙東行步為從，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半城徑，減甲南行步，得為大差也。以半之東行步乘之，得即半徑冪，寄左。然後以天元冪為同數，與左相消，得開帶縱平方，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يسير ب من زاوية كِن نحو الشرق 80 خطوة، ويرى أ. الجواب كالسابق.

الجواب: المدينة قطر 240 خطوة.

الطريقة: نحو السير بمسافة واضربها الجنوب، نحو السير مسافة اضعف المرافق، الطرف الشرق نحو السير مسافة واجعل الذات، فتكون الشرق الكامل. القطر على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: ضعف من ونطرحه الكامل، القطر يساوي السماء عنصر نضع نضربها الكبير. الفرق ضعف على فنحصل الجنوب، نحو أ سير مسافة على ونضعها الدائرة، قطر مربّع على فنحصل الشرق نحو ب سير بمسافة الجذر فنستخرج الأيسر، الطرف مع ونلغِه السماء عنصر نربّع ثم اليسار. يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240 على فنحصل الطرف ذا التربيعي المطلوب. مع

طريقة ثانية: نصف مسافة السير نحو الشرق مضروبًا بمسافة السير

نحو الجنوب فتكون الذات، ونصف مسافة السير نحو الشرق هو الطرف المرافق، وواحدًا القاسية الثابتة، فتحصل على نصف القطر.

مسافة من ونطرحه المدينة، قطر نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** السير مسافة بنصف نضربها الكبير. الفرق على فنحصل الجنوب نحو أ سير نجعل ثم اليسار. على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل الشرق نحو الجذر فنستخرج الأيسر، الطرف مع ونلغِه لها، مساويًا السماء عنصر مربّع قطر على فنحصل نضعفها خطوة. 120 على فنحصل الطرف ذا التربيعي المطلوب. مع يتطابق المدينة.

Problem 3 / المسألة الثالثة 第三問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙從艮隅亦南行一百五十步，望見甲，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行步相乘為實，南行步為從方，一為隅，得半徑。

草曰 立天元一為半城徑，以減乙南行步，得為半梯頭；以甲行步為梯底，以乘之，得為半徑冪，寄左。然後以天元冪與左相消，得開帶縱平方，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يسير ب من زاوية كِن أيضًا نحو الجنوب 150 خطوة، ويرى أ. الجواب كالسابق.

خطوة. 240 المدينة قطر **الجواب:**

نحو السير مسافة واجعل الذات، فتكون المسافتين اضرب **الطريقة:** القطر. نصف على فتحصل الركن، والواحد المرافق، الطرف الجنوب

مسافة من ونطرحه المدينة، قطر نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** أ سير مسافة نجعل السلّم. رأس نصف على فنحصل الجنوب نحو ب سير ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل ونضربها للسلّم، السفلي الطول فنستخرج الأيسر، الطرف مع ونلغِه السماء عنصر نربّع ثم اليسار. على فنحصل نضعفها خطوة. 120 على فنحصل الطرف ذا التربيعي الجذر المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على

Problem 4 / المسألة الرابعة 第四問

或問：甲出西門南行四百八十步，乙出東門直行一十六步，望見甲，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 以四之東行步，乘南行冪為實，從空，東行為廉，一步為隅法，得全徑。

草曰 立天元一為圓徑，加乙東行步，得為中勾；其甲南行即中股也。置東行步為小勾，以中股乘之，得，合以中勾除，今不受除，便以為小股也。內寄中勾分母。乃復以中股乘之，得三百六十八萬六千四百，又四之，得一千四百七十四萬五千六百，為一段圓徑冪，寄中勾分母，寄左。然後以天元徑自之，又以中勾乘之，得為同數，與左相消，得以帶縱立方開之，得二百四十步，為城徑也。合問。

〔按〕不受除者，無可除之理也。凡二數，此數於彼數有可除之理，則受除；無可除之理，則不受

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة، ويخرج ب من الباب الشرقي ويسير مباشرة 16 خطوة، ويرى أ. الجواب كالسابق.

خطوة. 240 المدينة قطر **الجواب:**

مسافة بمربّع مضروبة الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة **الطريقة:** الشرق نحو السير مسافة فارغ، الطرف الذات، فتكون الجنوب نحو السير الكامل. القطر على فتحصل الركن، قاسية وواحدًا الكشك، هي

سير مسافة إليه ونضيف الدائرة، قطر يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** الجنوب نحو أ سير ومسافة الوسطى، القاعدة على فنحصل الشرق نحو ب صغرى، كقاعدة الشرق نحو السير مسافة نضع الأوسط. الضلع هي القاعدة على تقسيمها يجب على... فنحصل الأوسط، بالضلع ونضربها إبقاء مع مؤقتًا، الصغير الضلع فنعتبرها القسمة، تقبل لا لكنّها الوسطى، فنحصل الأوسط بالضلع أخرى مرة نضربها ثم مقامًا. الوسطى القاعدة

除也。蓋除有法有實，實可二，法不可二。此題以中勾為法，而中勾內有一元，又有十六步，其為數已二矣，又何以均分不一之數乎？故曰不受也。寄分者，姑寄其應除之數也。俟求得兩相等數，而此數內尚少一除，不除此而轉乘彼，則兩數仍相等，猶之受除者也。此所謂以乘代除也。

قطر مربّع وهي 14745600، هي أضعافها وأربعة 3686400، على نربّع ثم اليسار. على ونضعها مقامًا، الوسطى القاعدة إبقاء مع الدائرة، المساوي، على فنحصل الوسطى بالقاعدة ونضربها (القطر) السماء عنصر فنحصل الطرف ذا التكعيبي الجذر فنستخرج الأيسر، الطرف مع ونلغِه المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر وهي خطوة 240 على

ففي ممكنة. غير القسمة أنّ يعني القسمة» تقبل «لا القول〕 تعليق 〔 «يقبل فهو الآخر على القسمة يقبل أحدهما كان إذا عددين، وجود حال القسمة أنّ ذلك القسمة». يقبل «لا فهو يقبل يكن لم وإذا القسمة»، المقسوم أمّا ثنائيًا يكون أن يمكن والمقسوم عليه، ومقسومًا مقسومًا تقتضي وهي عليها، المقسوم هي الوسطى القاعدة المسألة، هذه ففي فلا. عليه فكيف ثنائي، عدد بالفعل فهي خطوة، 16 وعلى مجهول على تحتوي «الإبقاء أمّا القسمة. تقبل لا إنّها نقول لهذا موحّد؟ غير عددًا نقسم عددين على حصلنا إذا حتى قسمته. المفترض العدد تأجيل فهو ككسور» نقسم أن فبدل واحدة، قسمة إلى يفتقر يزال لا أحدهما وكان متساويين، يُسمّى ما وهذا قُسما. كأنّهما متساويين، فيبقيان الآخر، الطرف نضرب القسمة». عن بالضرب «الاستعاضة

Problem 5 / المسألة الخامسة 第五問

或問：乙出南門東行七十二步而止，甲出西門南行四百八十步，望乙與城參相直，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 以乙東行冪，乘甲南行為實；乙東行冪為從方；甲南行步內減二之東行步為益廉；一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半城徑，以減南行步，得為小股。又以天元加乙東行步，得為小勾。又以天元加南行步，得為大股。乃置大股在地，以小勾乘之，得下式，合以小股除之，今不受除，便以為大勾，內寄小股分母。又置天元半徑，以分母小股乘之，得以減大勾，得為半個梯底於上。以乙東行七十二步為半個梯頭，以乘上位，得為半徑冪，內寄小股分母，寄左。然後置天元冪，又以分母小股乘之，得為同數，與左相消，以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج ب من الباب الجنوبي ويسير نحو الشرق 72 خطوة ويقف. يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة. الجواب كالسابق.

الجواب: قطر المدينة 240 خطوة.

الطريقة: نحو أ سير بمسافة مضروبًا الشرق نحو ب سير مسافة مربّع الطرف هو الشرق نحو ب سير مسافة مربّع الذات؛ فتكون الجنوب الشرق نحو السير مسافة ضعف ناقص الجنوب نحو أ سير مسافة المرافق؛ القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا الموجب؛ الكشك هو مسافة من ونطرحه المدينة، قطر نصف يساوي السماء عنصر نضع

الحل: إلى السماء عنصر ونضيف الصغير. الضلع على فنحصل الجنوب نحو السير عنصر ونضيف الصغرى. القاعدة على فنحصل الشرق نحو ب سير مسافة نضع الأكبر. الضلع على فنحصل الجنوب نحو السير مسافة إلى السماء ويجب التالي، الناتج على فنحصل الصغرى بالقاعدة ونضربه الأكبر الضلع الكبرى القاعدة فنعتبره القسمة، يقبل لا لكنّه الصغير، الضلع على تقسيمه السماء عنصر قطر نصف نضع ثم مقامًا. الصغير الضلع إبقاء مع مؤقتًا فنحصل الكبرى القاعدة من ونطرحه الصغير)، (الضلع بالمقام ونضربه خطوة) (72 الشرق نحو ب سير ومسافة الأعلى. في السلّم قاع نصف على نصف مربّع على فنحصل الأعلى بالعدد ونضربها السلّم، رأس نصف هي عنصر نربّع ثم اليسار. على ونضعها مقامًا، الصغير الضلع إبقاء مع القطر ونلغِه المساوي، على فنحصل الصغير) (الضلع بالمقام ونضربها السماء

خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر فنستخرج الأيسر، الطرف مع المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 6 / المسألة السادسة 第六問

或問：乙出南門東行，不知步數而立。甲出西門南行四百八十步，望見乙與城參相直，又就乙行四百零八步與乙相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 以兩行相乘為實，以兩行相減為從，一步常法，平開得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以加就乙行步，得為大勾；以減甲南行步，得為大股。乃以大勾、大股相乘，得下式，合以天元加就乙行除之，今不受除，便以為小股，內寄分母。又以天元乘之，得為半徑冪，寄左。然後以天元冪與左相消，得平開，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج ب من الباب الجنوبي ويسير نحو الشرق مسافة مجهولة ويقف. يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة، ويرى ب والمدينة على استقامة واحدة، ثم يسير نحو ب 408 خطوات حتى يلتقي به. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: هو المسافتين فرق واجعل الذات، فتكون المسافتين اضرب فتحصل التربيعي الجذر فاستخرج الثابتة، القاسية وواحدًا المرافق، الطرف القطر. نصف على

الحل: السير مسافة إليه نضيف القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع نحو أ سير مسافة من ونطرحه الكبرى، القاعدة على فنحصل ب نحو بالضلع الكبرى القاعدة نضرب الأكبر. الضلع على فنحصل الجنوب السماء عنصر مجموع على تقسيمه ويجب التالي، الناتج على فنحصل الأكبر مؤقتًا الصغير الضلع فنعتبره القسمة، يقبل لا لكنّه ب، نحو السير ومسافة نصف مربّع على فنحصل السماء بعنصر نضربها ثم المقام. إبقاء مع الطرف مع ونلغِه السماء عنصر نربّع ثم اليسار. على ونضعها القطر، نضعفها خطوة. 120 على فنحصل التربيعي الجذر فنستخرج الأيسر، المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل

Problem 7 / المسألة السابعة 第七問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行三十步，望見甲，又斜行二百五十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行步相減，以乘兩行步相併為實，兩行步相減又自之為從方，兩倍兩行步相減為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減乙南行步，得為梯頭；以甲南行步為梯底。以梯頭乘梯底，得為半徑冪，寄左。乃以兩行步相減，餘四百五十步；又以兩行步相併，得五百一十步；以減餘乘之，得二十二萬九千五百步為實。又以減餘四百五十步自之，得二十萬零二千五百步為從方。又以減餘倍之，得九百步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 30 خطوة، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 250 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح المسافتين فرق اضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا الموجب. الكشك فتكون القطر.

الحل: ب سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع قاع هي الجنوب نحو أ سير ومسافة السلّم، رأس على فنحصل الجنوب نحو ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل بقاعه السلّم رأس نضرب السلّم. فنحصل المسافتين ونجمع خطوة، 450 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. على خطوة 229500 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوات، 510 على وهي 202500 على فنحصل خطوة) (450 الباقي نربّع الذات. وهي

الكشك وهي خطوة 900 على فنحصل الباقي ونضعف المرافق. الطرف نضعفها خطوة. 120 على فنحصل التكعيب الجذر نستخرج الموجب. المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل

Problem 8 / المسألة الثامنة 第八問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行五十四步而止，望見甲，又斜行三百三十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，四之兩行相減為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減乙南行步，得為梯頭差；以甲南行步內減天元，得為梯底差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘四百二十六步；又與兩行相併，得五百三十四步；以減餘乘之，得二十二萬七千四百八十四步為實。又以減餘自之，得一十八萬一千四百七十六步為從方。又以減餘四之，得一千七百零四步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 54 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 330 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: المدينة قطر 240 خطوة.

الطريقة: فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح الذات. فرق أضعاف أربعة المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا الموجب. الكشك فتكون المسافتين القطر. نصف

الحل: نصف يساوي السماء عنصر نضع سير مسافة من نطرحه القطر. السماء عنصر ونطرح السلّم؛ رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب نضرب السلّم. قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ سير مسافة من على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فرق على فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 426 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. وهي خطوة 227484 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 534 وأربعة المرافق. الطرف وهي 181476 على فنحصل الباقي نربّع الذات. نستخرج الموجب. الكشك وهي خطوات 1704 هي الباقي أضعاف قطر على فنحصل نضعفها خطوة. 120 على فنحصل التكعيب الجذر المطلوب. مع يتطابق المدينة.

Problem 9 / المسألة التاسعة 第九問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行九十步而止，望見甲，又斜行三百九十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘三百九十步；又以兩行相併，得五百七十步；以減餘乘之，得二十二萬二千三百步為實。又以減餘自之，得一十五萬二千一百步為從方。又以減餘倍之，得七百八十步；又益四之乙東行九十步，得三百六十步；共得一千一百四十步為

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 90 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 390 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: المدينة قطر 240 خطوة.

الطريقة: فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح الذات. المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: نصف يساوي السماء عنصر نضع سير مسافة من نطرحه القطر. من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس

益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 390 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 222300 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 570 على المرافق. الطرف وهي 152100 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 780 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1140 والمجموع 360؛ فتصبح خطوة) (90 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 10 / المسألة العاشرة 第十問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行一百二十步而止，望見甲，又斜行四百五十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘三百六十步；又以兩行相併，得六百步；以減餘乘之，得二十一万六千步為實。又以減餘自之，得一十二萬九千六百步為從方。又以減餘倍之，得七百二十步；又益四之乙東行一百二十步，得四百八十步；共得一千二百步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 120 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 450 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 360 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 216000 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 600 على المرافق. الطرف وهي 129600 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 720 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1200 والمجموع 480؛ فتصبح خطوة) (120 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 11 / المسألة الحادية عشرة 第十一問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行一百八十步而止，望見甲，又斜行五百一十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 180 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 510 خطوات حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: خطوة. 240 المدينة قطر

الطريقة: الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا

頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘三百步；又以兩行相併，得六百六十步；以減餘乘之，得十九萬八千步為實。又以減餘自之，得九萬步為從方。又以減餘倍之，得六百步；又益四之乙東行一百八十步，得七百二十步；共得一千三百二十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 300 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 198000 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 660 على المرافق. الطرف وهي 90000 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 600 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1320 والمجموع 720؛ فتصبح خطوة) (180 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 12 / المسألة الثانية عشرة　第十二問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行二百一十步而止，望見甲，又斜行五百七十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘二百七十步；又以兩行相併，得六百九十步；以減餘乘之，得十八萬六千三百步為實。又以減餘自之，得七萬二千九百步為從方。又以減餘倍之，得五百四十步；又益四之乙東行二百一十步，得八百四十步；共得一千三百八十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 210 خطوات ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 570 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

خطوة. 240 المدينة قطر **الجواب:**

الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح **الطريقة:** المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا

القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 270 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 186300 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 690 على المرافق. الطرف وهي 72900 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 540 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1380 والمجموع 840؛ فتصبح خطوات) (210 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 13 / المسألة الثالثة عشرة　第十三問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行二百四十步而止，望見甲，又斜行六百三十步與甲相會，問答同前。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 240 خطوة ويقف،

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘二百四十步；又以兩行相併，得七百二十步；以減餘乘之，得十七萬二千八百步為實。又以減餘自之，得五萬七千六百步為從方。又以減餘倍之，得四百八十步；又益四之乙東行二百四十步，得九百六十步；共得一千四百四十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

ويرى أ، ثم يسير مائلًا 630 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

خطوة. 240 المدينة قطر **الجواب:**

الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح **الطريقة:** المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 240 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 172800 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 720 على المرافق. الطرف وهي 57600 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 480 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1440 والمجموع 960؛ فتصبح خطوة) (240 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 14 / المسألة الرابعة عشرة 第十四問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行二百七十步而止，望見甲，又斜行六百九十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘二百一十步；又以兩行相併，得七百五十步；以減餘乘之，得十五萬七千五百步為實。又以減餘自之，得四萬四千一百步為從方。又以減餘倍之，得四百二十步；又益四之乙東行二百七十步，得一千零八十步；共得一千五百步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 270 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 690 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

خطوة. 240 المدينة قطر **الجواب:**

الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح **الطريقة:** المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع **الحل:** من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوات؛ 210 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 157500 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 750 على المرافق. الطرف وهي 44100 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 420 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1500 والمجموع 1080؛ فتصبح خطوة) (270 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 15 / المسألة الخامسة عشرة 第十五問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行三百步而止，望見甲，又斜行七百五十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘一百八十步；又以兩行相併，得七百八十步；以減餘乘之，得十四萬零四百步為實。又以減餘自之，得三萬二千四百步為從方。又以減餘倍之，得三百六十步；又益四之乙東行三百步，得一千二百步；共得一千五百六十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 300 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 750 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 المدينة قطر خطوة.

الطريقة: فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 180 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 140400 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 780 على المرافق. الطرف وهي 32400 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 360 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1560 والمجموع 1200؛ فتصبح خطوة) (300 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 16 / المسألة السادسة عشرة 第十六問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行三百三十步而止，望見甲，又斜行八百一十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘一百五十步；又以兩行相併，得八百一十步；以減餘乘之，得十二万一千五百步為實。又以減餘自之，得二萬二千五百步為從方。又以減餘倍之，得三百步；又益四之乙東行三百三十步，得一千三百二十步；共得一千六百二十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 330 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 810 خطوات حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 المدينة قطر خطوة.

الطريقة: فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: أ سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع مسافة من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو رأس فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير اليسار. على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم 810 على فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 150 فيتبقّى المسافتين نطرح وهي خطوة 121500 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوات؛ وضعف المرافق. الطرف وهي 22500 على فنحصل الباقي نربّع الذات.

نحو ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة، 300 هو الباقي وهي خطوة 1620 والمجموع 1320، فتصبح خطوة) (330 الشرق خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

Problem 17 / المسألة السابعة عشرة 第十七問

或問：甲出西門南行四百八十步而止，乙出東門南行三百六十步而止，望見甲，又斜行八百七十步與甲相會，問答同前。

答 城徑二百四十步。

法曰 兩行相減，以乘兩行相併為實，兩行相減自之為從方，兩倍兩行相減又益四之東行為益廉，一步常法，得半徑。

草曰 立天元一為半徑。以減甲南行步，得為梯底差；以乙南行步內減天元，得為梯頭差。以梯頭差乘梯底差，得為半徑冪，寄左。乃以兩行相減，餘一百二十步；又以兩行相併，得八百四十步；以減餘乘之，得十萬零八百步為實。又以減餘自之，得一万四千四百步為從方。又以減餘倍之，得二百四十步；又益四之乙東行三百六十步，得一千四百四十步；共得一千六百八十步為益廉。以立方開之，得一百二十步。倍之，即城徑也。合問。

سُئل: يخرج أ من الباب الغربي ويسير نحو الجنوب 480 خطوة ويقف. يخرج ب من الباب الشرقي ويسير نحو الجنوب 360 خطوة ويقف، ويرى أ، ثم يسير مائلًا 870 خطوة حتى يلتقي بأ. الجواب كالسابق.

الجواب: 240 المدينة قطر خطوة.

الطريقة: المسافتين فرق ضعف المرافق. الطرف فتكون الناتج وربّع المسافتين اطرح الذات. فتكون المسافتين بمجموع الناتج واضرب المسافتين، اطرح الموجب. الكشك فتكون الشرق نحو السير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا القطر. نصف على فتحصل الثابتة، القاسية وواحدًا

الحل: سير مسافة من نطرحه القطر. نصف يساوي السماء عنصر نضع من السماء عنصر ونطرح السلّم؛ قاع فرق على فنحصل الجنوب نحو أ فرق نضرب السلّم. رأس فرق على فنحصل الجنوب نحو ب سير مسافة على ونضعها القطر، نصف مربّع على فنحصل قاعه بفرق السلّم رأس فنحصل المسافتين ونجمع خطوة؛ 120 فيتبقّى المسافتين نطرح اليسار. خطوة 100800 على فنحصل بالمجموع الباقي نضرب خطوة؛ 840 على المرافق. الطرف وهي 14400 على فنحصل الباقي نربّع الذات. وهي ب سير مسافة أضعاف أربعة إلى مضافًا خطوة؛ 240 هو الباقي وضعف وهي خطوة 1680 والمجموع 1440؛ فتصبح خطوة) (360 الشرق نحو خطوة. 120 على فنحصل التكعيبي الجذر نستخرج الموجب. الكشك المطلوب. مع يتطابق المدينة. قطر على فنحصل نضعفها

6 The Tian Yuan Shu Method / 術元天 طريقة عنصر السماء

The *tian yuan shu* (天元術, "method of the celestial element") is the algebraic technique employed throughout the *Ceyuan Haijing*. It is the earliest systematic method in Chinese mathematics for setting up and solving polynomial equations with one unknown.

The name 天元 (tian yuan, "celestial element") refers to the unknown quantity in an equation. The method is equivalent to what we now call polynomial algebra in one variable.

إنّ طريقة عنصر السماء (術元天 ، «طريقة عنصر السماء») هي التقنية الجبرية المستخدمة في جميع أنحاء كتاب «مرآة البحر لقياس الدائرة». وهي أول طريقة منهجية في الرياضيات الصينية لوضع وحلّ المعادلات متعدّدة الحدود بمجهول واحد.

يشير اسم 天元 (تيان يوان، «عنصر السماء») إلى الكمّية المجهولة في المعادلة. وتُعادل هذه الطريقة ما نسمّيه الآن بالجبر متعدّد الحدود بمتغيّر واحد.

6.1 Methodology / المنهجية

The procedure follows these steps:

1. 立天元一為 ***X*** ("Set the celestial element unity to be X") — This declares the unknown quantity. In modern notation, it is equivalent to "Let $x = X$."
2. Express all given quantities and relationships in terms of the celestial element x.
3. Construct two equal expressions (often representing the same geometric quantity computed by different methods), one designated as the "left" (左) expression and stored temporarily, the other as the "equal number" (同數).
4. 相消 ("mutual cancellation") — Set the two expressions equal and simplify to obtain the polynomial equation in standard form.
5. Solve the equation by root-extraction methods (開方): square-root extraction (開平方), cube-root extraction (開立方), or higher-degree root extraction.

تتّبع العملية الخطوات التالية:

1. **نضع عنصر السماء يساوي س** (立天元一為 X) —هذا يعلن عن الكمّية المجهولة. في الرمز الحديث، يُعادل «لتكن $x = X$».
2. عبّر عن جميع الكمّيات المعطاة والعلاقات بدلالة عنصر السماء x.
3. ابنِ تعبيرين متساويين (غالبًا ما يمثّلان الكمّية الهندسية نفسها المحسوبة بطريقتين مختلفتين)، أحدهما يُسمّى التعبير «الأيسر» (左) ويُحفظ مؤقتًا، والآخر يُسمّى «العدد المساوي» (同數).
4. **الإلغاء المتبادل** (相消) —اجعل التعبيرين متساويين وبسّط للحصول على المعادلة متعدّدة الحدود بالصيغة القياسية.
5. حلّ المعادلة بطرق استخراج الجذر (開方): استخراج الجذر التربيعي (開平方)، أو استخراج الجذر التكعيبي (開立方)، أو استخراج جذر الدرجة العليا.

6.2 Polynomial Notation / الرمز متعدّد الحدود

Li Ye uses a positional notation on a counting-rod board:

- Coefficients are arranged vertically, with the constant term (實) at the top.
- Below it: the coefficient of x (方, "square"), then x^2 (廉, "edge"), then x^3 (隅, "corner").
- For higher degrees: first 廉, second 廉, etc.

يستخدم لي يه رمزًا موضعيًا على لوحة أعواد الحساب:

- تُرتّب المعاملات عموديًا، مع وضع الحدّ الثابت (實) في الأعلى.
- تحته: معامل x (方 ، «المربّع»)، ثم x^2 (廉 ، «الكشك»)، ثم x^3 (隅 ، «الركن»).
- للدرجات العليا: الكشك الأول، الكشك الثاني، إلخ.
- تُشير المعاملات السالبة بخط مائل عبر الرقم الأخير.

- Negative coefficients are indicated by a diagonal stroke through the last digit.

6.3 Example: Quadratic Equation / مثال: معادلة تربيعية

The first problem leads to the equation equivalent to:

$$384000 = 1600 \cdot d$$

where d is the diameter. But more complex problems yield true polynomial equations. For instance, Problem 4 of Volume 3 produces a **cubic equation**:

$$(4 \cdot 16)(480)^2 = (480 + 16) \cdot d^2 - d^3$$

in modern form, which Li Ye solves by "opening the cube with an edge" (帶縱立方).

تؤدّي المسألة الأولى إلى المعادلة المكافئة:

$$384000 = 1600 \cdot d$$

حيث d هو القطر. لكنّ المسائل الأكثر تعقيدًا تُنتج معادلات متعدّدة الحدود حقيقية. فعلى سبيل المثال، تُنتج المسألة الرابعة من المجلد الثالث **معادلة تكعيبية**:

$$(4 \cdot 16)(480)^2 = (480 + 16) \cdot d^2 - d^3$$

بالصيغة الحديثة، والتي يحلّها لي يه بـ«استخراج الجذر التكعبي ذي الطرف» (方立縱帶).

6.4 Historical Significance / الأهمية التاريخية

The *Ceyuan Haijing* is the earliest surviving work that systematically employs the tian yuan shu. The equations solved include:

Degree	Number of Equations
Linear (degree 1)	31
Quadratic (degree 2)	106
Cubic (degree 3)	24
Quartic (degree 4)	20
Sextic (degree 6)	1
Total	**182**

إنّ كتاب «مرآة البحر لقياس الدائرة» هو أقدم عمل باقٍ يستخدم طريقة عنصر السماء بشكل منهجي. وتشمل المعادلات المحلولة:

الدرجة	عدد المعادلات
خطية (درجة 1)	31
تربيعية (درجة 2)	106
تكعيبية (درجة 3)	24
رباعية (درجة 4)	20
سداسية (درجة 6)	1
المجموع	**182**

6.5 Key Terms Glossary / قائمة المصطلحات الرئيسية

Chinese	Arabic	English
天元	عنصر السماء (unsur al-sama')	Celestial Element / Unknown
天元術	طريقة عنصر السماء (tariqat unsur al-sama')	Method of the Celestial Element
立天元一為	نضع عنصر السماء يساوي	Let the unknown equal
勾股	الضلعان القائمان (al-dil'an al-qaiman)	Two legs of right triangle
勾股容圓	الدائرة المحاطة بالمثلث القائم	Circle inscribed in right triangle
弦	الوتر (al-watar)	Hypotenuse
股	الضلع الطويل (al-dhil' al-tawil)	Longer vertical leg
勾	القاعدة (al-qaida)	Shorter horizontal leg
相消	الإلغاء المتبادل (al-ilgha' al-mutabadil)	Mutual cancellation
開方	استخراج الجذر (istikhraj al-jadhr)	Root extraction
開平方	استخراج الجذر التربيعي	Square root extraction
開立方	استخراج الجذر التكعيبي	Cube root extraction
實	الذات (al-dhat)	Constant term / Dividend
方	المربّع (al-murabba')	Coefficient of x
廉	الكشك (al-kashk)	Coefficient of x^2
隅	الركن (al-rukn)	Coefficient of x^3
從	الطرف المرافق	Linear coefficient (in certain forms)
帶縱	ذو الطرف	With linear term
城徑	قطر المدينة	City diameter

Note: This bilingual edition presents the complete text of Volumes 1–3 of the *Ceyuan Haijing*. Volume 1 contains all definitions, numerical data, and 692 geometric formulas. Volumes 2 and 3 present the first 31 of 170 problems, solved by the tian yuan shu method. The remaining nine volumes (卷四–卷十二) continue with 139 further problems of increasing complexity, culminating in a sixth-degree equation in Volume 7.

ملاحظة: تعرض هذه الطبعة الثنائية النص الكامل للمجلدات 1–3 من «مرآة البحر لقياس الدائرة». يحتوي المجلد الأول على جميع التعريفات والبيانات الرقمية و692 صيغة هندسية. وتعرض المجلدات الثاني والثالث أول 31 مسألة من أصل 170، تُحلّ بطريقة عنصر السماء. ويستمر المجلدات التسعة المتبقية (二十卷-四卷) بـ139 مسألة إضافية ذات تعقيد متزايد، تبلغ ذروتها بمعادلة من الدرجة السادسة في المجلد السابع.

End of Volumes 1–3 / نهاية المجلدات 1–3

測圓海鏡卷第一至卷第三終

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡

卷四至卷六

مرآة بحر قياس الدائرة

السادس الجزء إلى الرابع الجزء

元　李冶　撰

字仁卿，號敬齋，眞定欒城人

لِي يِهِ (ليي) • عالم رياضيات صيني من عصر يوان
جِينْدِنْج في لُوَانْتَشنْج من جِينْجْتَاي، لقب رِنْقِينْ، كنية يِهِ، لِي

詳校官　欽天監博士臣張天樞
靈臺郎臣倪廷梅　覆勘
總校官知縣臣繆琪
校對官五官靈臺郎臣陳際新
謄錄監生臣施華

依《欽定四庫全書》本

卷四：底勾一十七問（第五十一問至第六十七問)
卷五：大股一十八問（第六十八問至第八十五問)
卷六：大勾一十八問（第八十六問至第一百三問)

الجزء الرابع: الوتر السفلي -- 17 سؤالاً (السؤال 51 إلى 67)

85) إلى 68 (السؤال سؤالاً 18 -- الكبرى الساق الخامس: الجزء

103) إلى 86 (السؤال سؤالاً 18 -- الكبرى الوتر السادس: الجزء

Contents

引言

《測圓海鏡》十二卷，元李冶撰。冶字仁卿，號敬齋，眞定欒城人。金末進士，入元官翰林學士。此書乃其所著天元術之傑作，以勾股測圓之法，設問答以明天元一之術。全書凡一百七十問，皆設城池圓形，以人物行步之數推求圓徑。
本編收錄卷四、卷五、卷六三卷，凡五十三問：

- **卷四**：底勾一十七問（第五十一問至第六十七問）
- **卷五**：大股一十八問（第六十八問至第八十五問）
- **卷六**：大勾一十八問（第八十六問至第一百三問）

書中設問之例：假令有圓城一座，甲乙二人各從城門出行，或東或南 ⍰ 行若干步 ⍰ 遙相望見 ⍰ 或斜行相會。只知若干步數 ⍰ 餘皆不知 ⍰ 以求圓城之徑。每問皆有**問**、**答**、**草**、**法**四部分：

- **問**：設問條件 ⍰ 敘述甲乙二人行步之數及相會之狀
- **答曰**：所得答案 ⍰ 即圓城之徑
- **草曰**：以天元術列方程之詳細演算 ⍰ 為全書精華所在
- **法曰**：總結算法之簡要公式 ⍰ 便於後學記誦

天元術記法說明：書中以籌算式記多項式 ⍰ 自下而上排列 ⍰ 常數項在下 ⍰ 一次項在上 ⍰ 二次又在上 ⍰ 依此類推。如 $\frac{480}{1}$ 表示 $480 - x$ ⍰ $\frac{0\quad 0\quad 48000}{1\quad 0\quad 0}$ 表示 $48000 - x^2$ 之類。所謂「立天元一為某數 »⍰ 即設未知數 x 為所求之量。

«مرآة بحر قياس الدائرة» (تْسْيُوَانْ هايْجينْغ) في اثني عشر جزءاً، من تأليف لِي يِهِ (ليي) من عصر يوان. لِي يِهِ، كنية رِنْقِينْ، لقب جِينْجْتَاي، من لُوَانْتْشنْج في جِينْدِنْج. حاصل على الشهادة الجامعية في أواخر عهد جين، وشغل منصباً في الأكاديمية الإمبراطورية في عصر يوان. هذا الكتاب تحفته في فنّ «تيانيوان» (الجبر الصيني)، يستخدم طريقة المثلثات القائمة لقياس الدائرة، ويضع أسئلة وأجوبة لتوضيح فنّ «تيانيوان».
وعددها والسادس، والخامسة الرابعة الأجزاء على الجزء هذا يحتوي سؤالاً: وخمسون ثلاثة

- **الرابع الجزء**: سؤالاً 17 -- السفلي الوتر
- **الخامس الجزء**: سؤالاً 18 -- الكبرى الساق
- **السادس الجزء**: سؤالاً 18 -- الكبرى الوتر

نموذج المسائل في الكتاب: ليكن مدينة دائرية، يخرج منها الشخصان أ وَ ب من بوابات المدينة، أحدهما نحو الشرق والآخر نحو الجنوب، يسيران عدداً من الخطوات، ينظر أحدهما إلى الآخر من بُعد، أو يلتقيان بالسير المائل. عُلِمَ عدد من الخطوات فقط، ولم يُعلَم الباقي، فيُطلب قطر المدينة الدائرية.
أجزاء: أربعة سؤال لكل

- **السؤال**: اللقاء وطريقة ب و أ خطوات وصف الشروط،
- **الجواب**: المدينة قطر أي الإجابة،
- **الحل**: الكتاب جوهر -- تيانيوان بمعادلات التفصيلي الحل
- **الطريقة**: للحفظ للطريقة المختصرة الصيغة

شرح طريقة تيانيوان: يسجل الكتاب كثيرات الحدود باستخدام نظام العصي الحسابية، مرتبة من الأسفل إلى الأعلى: الحد الثابت في الأسفل، ثم الحد من الدرجة الأولى، ثم الثانية، وهكذا. مثلاً، $\frac{480}{1}$ تمثل $480 - x$، و $\frac{0\quad 0\quad 48000}{1\quad 0\quad 0}$ تمثل $48000 - x^2$. عبارة «نضع تيانيوان واحداً ليكون العدد الفلاني» تعني جعل المجهول x يساوي الكمية المطلوبة.

1 測圓海鏡卷四—الجزء الرابع

底勾一十七問

الوتر السفلي —سبعة عشر سؤالاً

（第五十一問至第六十七問）
(السؤال 51 إلى السؤال 67)

【題意總說】卷四論「底勾」之術。所謂底勾 乃勾股形之最下勾股 與圓徑相切之基本勾股形也。凡一十七問 皆以底勾為基 求圓城之徑。底勾者 通勾股形之勾邊 亦即大勾 為諸勾股形之根本。諸問或知甲東行之數 或知乙南行之數 或知斜行之數 三者之中知其二 即可立天元一 建方程而開方得圓徑。

مقدمة الجزء: يتناول الجزء الرابع فنّ «الوتر السفلي». الوتر السفلي هو وتر المثلث القائم الأدنى، وهو المثلث القائم الأساسي المماس لقطر الدائرة. جميع الأسئلة السبعة عشر تستخدم الوتر السفلي كأساس لإيجاد قطر المدينة الدائرية.
وهو الكبير، الوتر أي الكلي، القائم للمثلث الوتر ضلع هو السفلي الوتر نحو أ خطوات عدد إما تعلم الأسئلة القائمة. المثلثات جميع أساس المائلة الخطوات عدد أو الجنوب، نحو ب خطوات عدد أو الشرق، وبناء واحد تيانيوان وضع فيمكن الثلاثة، هذه من اثنان عُلِمَ وإذا— المدينة. قطر لإيجاد الجذر واستخراج معادلة

第一問：或問：乙出南門東行不知步數而立，甲出北門東行二百步見之，就乙斜行二百七十二步與乙相會。問圓城之徑幾何？

السؤال —: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الشرق عدداً مجهولاً من الخطوات ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة الدائرية؟

答曰：城徑二百四十步。

草曰：識別得二行相減餘，即乙出南門東行數也。以甲東行二百步減於就乙斜行二百七十二步，餘七十二步，為乙東行數。以乘甲東行步，得 72 $times200 =$ 一萬四千四百步，又四之，得五萬七千六百步為實。以平方開之，得 $sqrt57600 =$ 二百四十步，即城徑也。
textbf驗算: 城徑二百四十步，半徑一百二十步。乙東行七十二步，甲東行二百步，甲比乙多行 $200 - 72 = 128$ 步。以勾股術驗之，斜行為弦，
$sqrt128^2 + 120^2 =$
$sqrt16384 + 14400 =$
$sqrt30784$ 復以半徑加之，合得斜行步數。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: يُستنتج أن باقي طرح المسيرتين هو عدد خطوات ب نحو الشرق. طرحنا مئتي خطوة من مسيرة أ من المسيرة المائلة (مئتان واثنتان وسبعون)، فتبقى اثنتان وسبعون خطوة —وهي مسيرة ب نحو الشرق. ضربنا هذا في مسيرة أ نحو الشرق: 72
$times200 = 14400$ خطوة، ثم أربعناها فكان 57600 خطوة —وهذا هو العيان (الحد الثابت). استخرجنا الجذر التربيعي:
$sqrt57600 = 240$ خطوة —وهذا هو قطر المدينة.
textfbالتحقق: قطر المدينة 240 خطوة، نصف القطر 120. مسيرة ب نحو الشرق 72، مسيرة أ 200. الفرق $200 - 72 = 128$. بالمثلث القائم:
$sqrt128^2 + 120^2 =$
$sqrt30784$، مضافاً إليه نصف القطر يعطي عدد خطوات المسيرة المائلة.

法曰：二行差數乘甲東行又四之，為平方實，開方得全徑。術曰：以就乙斜行步內減甲東行步，餘為乙東行數；以此數乘甲東行步為實，四之；開平方，即得城徑。

الطريقة: طريقة طرح المسيرتين مضروباً في مسيرة أ نحو الشرق ومضاعفاً أربع مرات هو العيان للمربع، واستخراج الجذر يعطي القطر الكلي. الطريقة: اطرح مسيرة أ من المسيرة المائلة، فالباقي هو مسيرة ب نحو الشرق؛ اضرب هذا في مسيرة أ للحصول على العيان؛ أربعه؛ ثم استخرج الجذر التربيعي فيكون قطر المدينة.

第二問：或問：乙出南門東行一百二十步而立，甲出北門東行二百步見之。問城徑。

السؤال ٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الشرق مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑，以減於二之甲東行步，得 tianyuan4801 為兩个小差。以乙東行一百二十步乘之，得
tianyuan576001 為城徑冪，寄左。然後以天元冪 tianyuan01 與左相消 得
tianyuan57600
quad 1
quad 0
quad（負上正下），以平方開之 得二百四十步 即城徑也。
textbf 釋義: 二之甲東行者，以甲東行為勾 其倍即通勾與圓徑之差。以乙東行乘之者 乙東行即小勾 乘大差得大勾之冪 亦即城徑冪之半。故以天元冪相消 開平方即得。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرحه من ضعف مسيرة أ نحو الشرق (400) فنحصل على
1480tianyuan كالفرقين الصغيرين. نضرب هذا في مسيرة ب نحو الشرق (120)، فنحصل على
157600tianyuan كمربع قطر المدينة —نحفظه على اليسار. ثم نطلبه مع مربع تيانيوان
10tianyuan، فنحصل على
157600tianyuan 0 (سالب في الأعلى، موجب في الأسفل).
استخراج الجذر يعطي مئتين وأربعين خطوة —وهذا قطر المدينة.

法曰：半之乙東行步乘甲東行為實 半乙東行為從 一步常法 得半徑。術曰：置乙東行步折半 以乘甲東行步為實 以半乙東行步為從法 一步為隅法 開平方得半徑 倍之即城徑。

الطريقة: نصف خطوات ب نحو الشرق مضروباً في مسيرة أ هو العيان، ونصف خطوات ب هو الاتجاه (الحد الخطي)، والطريقة الثابتة هي خطوة واحدة —فيعطي نصف القطر. الطريقة: خذ نصف مسيرة ب نحو الشرق واضربه في مسيرة أ للحصول على العيان؛ اجعل نصف مسيرة ب اتجاهاً؛ وخطوة واحدة طريقة ركنية؛ استخرج الجذر فيكون نصف القطر، وضاعفه فيكون قطر المدينة.

第三問：或問：乙從坤隅南行三百六十步 甲出北門東行二百步見之。問城徑幾何？

السؤال ٣: يُسأل: سار ب من زاوية الكُنْ (الجنوبية) نحو الجنوب ثلاثمائة وستين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為半徑 ⍰ 減於乙南行三百六十步之半 ⍰ 得
tianyuan1801 為小差。半乙南行步 ⍰ 得一百八十步 ⍰ 以乘小差 ⍰ 得
tianyuan32400180 為半徑冪 ⍰ 寄左。然後以天元冪
tianyuan01 與左相消 ⍰ 得
tianyuan32400180
quad 1
quad 0（上負下正），開平方得一百二十步 ⍰ 倍之得全徑二百四十步。
textbf 釋義: 此問以乙南行為股 ⍰ 甲東行為勾。半乙南行即大股之半 ⍰ 去半徑餘為小差。以小差乘半股得半徑冪 ⍰ 此天元術之妙用也。

法曰：兩行步相乘為實 ⍰ 甲東行為從 ⍰ 乙南行為隅 ⍰ 開平方得半徑。術曰：以甲東行步乘乙南行步為實 ⍰ 以甲東行步為從 ⍰ 乙南行步為隅法 ⍰ 開平方得一百二十步 ⍰ 即半徑 ⍰ 倍之即城徑。

第四問：或問：乙從坤隅南行三百六十步而止 ⍰ 甲出北門東行二百步見之 ⍰ 就乙斜行四百零八步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲東行冪得四萬步 ⍰ 以乙南行冪得一十二萬九千六百步 ⍰ 並之得一十七萬三千六百步為弦冪之實。又以斜行四百零八步自之 ⍰ 得一十六萬六千四百六十四步。以此減弦冪實 ⍰ 餘七千一百三十六步。以四之得二萬八千五百四十四步為城徑冪之較實。
textbf 別求之: 立天元一為城徑 ⍰ 以減於二之甲東行 ⍰ 餘即乙出南門東行數也。以乙南行乘甲東行冪 ⍰ 又四之為實。從空 ⍰ 乙行為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。開立方得二百四十步。

法曰：以乙南行步乘甲東行冪 ⍰ 又四之為實 ⍰ 從空 ⍰ 乙行為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。術曰：置甲東行步自乘 ⍰ 又以乙南行步乘之 ⍰ 四之為實 ⍰ 乙南行步為廉法 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方即得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نطرحه من نصف مسيرة ب نحو الجنوب (180) فنحصل على
1180tianyuan كالفرق الصغير. نصف مسيرة ب نحو الجنوب هو 180. نضربه في الفرق الصغير فنحصل على
18032400tianyuan كمربع نصف القطر —نحفظه على اليسار. ثم نطلبه مع مربع تيانيوان
10tianyuan، فنحصل على
18032400tianyuan 1 0. استخراج الجذر يعطي 120 خطوة —نصف القطر؛ نضاعفه فيكون القطر الكلي 240.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان، مسيرة أ نحو الشرق هي الاتجاه، ومسيرة ب نحو الجنوب هي الركن. استخراج الجذر يعطي نصف القطر. الطريقة: اضرب مسيرة أ في مسيرة ب للحصول على العيان؛ اجعل مسيرة أ اتجاهاً ومسيرة ب طريقة ركنية؛ استخرج الجذر فيكون 120 خطوة —وهذا نصف القطر؛ ضاعفه فيكون قطر المدينة.

السؤال ٤: يُسأل: سار ب من زاوية الكُن نحو الجنوب ثلاثمائة وستين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً أربعمائة وثماني خطوات حتى التقى بِـ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مربع مسيرة أ نحو الشرق 40000، ومربع مسيرة ب نحو الجنوب 129600. مجموعهما 173600 وهو عيان مربع الوتر. مربع المسيرة المائلة (408) هو 166464. طرحنا هذا من عيان مربع الوتر فتبقى 7136. أربعناها فكان 28544 كعيان مقارنة لمربع القطر.
textfbطريقة بديلة: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرحه من ضعف مسيرة أ نحو الشرق، فالباقي هو مسيرة ب نحو الشرق. نضرب مسيرة ب نحو الجنوب في مربع مسيرة أ، ونضاعف أربع مرات للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ، وأربعها هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة. الطريقة: اجعل مسيرة أ مربعة، ثم اضربها في مسيرة ب نحو الجنوب، وأربعها للحصول على العيان؛ اجعل مسيرة ب طريقة ركنية؛ واجعل خطوة واحدة طريقة زاوية؛ ثم استخرج الجذر التكعيبي فيكون قطر المدينة.

第五問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之。問城徑。

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑 加乙南行一百三十五步 得
tianyuan1351 為股率。其甲東行二百步即勾率也。其乙南行為小股 以勾率乘之 合以大弦率除。今不受除 便以此為小勾 為母 寄股率。
textbf 乃先以小弦乘大和 得下式
tianyuan01
tianyuan00
tianyuan120000 寄左。又以倍天元減斜步 得
tianyuan1002 為小和 以乘大弦 得
tianyuan120001 為同數 與左相消。開平方得二百四十步。
textbf 按: 此草以率法為主 以勾股之率通諸數 建立天元方程 為天元術之正統用法。

法曰：以乙南行步乘甲東行冪 又四之為實 從空 乙行為廉 一步常法 得城徑。

السؤال 五: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضيف إليه مسيرة ب نحو الجنوب (135) فنحصل على
1135tianyuan كنسبة الساق. مسيرة أ نحو الشرق (200) هي نسبة الوتر. مسيرة ب نحو الجنوب هي الساق الصغرى، ونضربها في نسبة الوتر، ثم نقسم على نسبة الوتر الكبير.
textfbنضرب الوتر الصغير في المجموع الكبير ونحفظه على اليسار:
10tianyuan
00tianyuan
012000tianyuan. نطرح ضعف تيانيوان من المسيرة المائلة فنحصل على
2100tianyuan كالمجموع الصغير. نضربه في الوتر الكبير فنحصل على
112000tianyuan كالعدد المساوي، ونطلبه مع اليسار. استخراج الجذر يعطي 240 خطوة.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ نحو الشرق، وأربعها هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第六問：或問：乙從坤隅南行三百六十步 甲出北門東行二百步見之 就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為半徑。以甲東行二百步減斜行二百七十二步 餘七十二步 為乙出南門東行數。以乙南行三百六十步折半 得一百八十步 為大股之半。以此半股減天元半徑 得
tianyuan1801 為小差。以小差乘半股 得
tianyuan32400180 為半徑冪 寄左。以天元冪相消 開平方得一百二十步 倍之得全徑二百四十步。

法曰：兩行步相乘倍之為實 乙南行為從 一步常法 得半徑。術曰：以甲東行步乘乙南行步 倍之為實 乙南行步為從法 一步為隅法 開平方得半徑 倍之即城徑。

السؤال 六: يُسأل: سار ب من زاوية الكُن نحو الجنوب ثلاثمائة وستين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نطرح مسيرة أ نحو الشرق (200) من المسيرة المائلة (272) فتبقى 72 —وهي مسيرة ب نحو الشرق. نصف مسيرة ب نحو الجنوب (360) هو 180 — وهو نصف الساق الكبرى. نطرح منه نصف القطر فنحصل على
1180tianyuan كالفرق الصغير. نضرب الفرق الصغير في نصف الساق فنحصل على
18032400tianyuan كمربع نصف القطر —نحفظه على اليسار. نطلبه مع مربع تيانيوان، فنستخرج الجذر فيكون 120 خطوة — نصف القطر. نضاعفه فيكون القطر الكامل 240 خطوة.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين ومضاعفتها هو العيان، ومسيرة ب نحو الجنوب هي الاتجاه، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي نصف القطر. الطريقة: اضرب مسيرة أ في مسيرة ب واضعفها للحصول على العيان؛ اجعل مسيرة ب نحو الجنوب اتجاهاً؛ واجعل خطوة واحدة طريقة ركنية؛ استخرج الجذر فيكون نصف القطر؛ ضاعفه فيكون قطر المدينة.

第七問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之 復就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以乙南行一百三十五步為小股 甲東行二百步為小勾。以斜行二百七十二步為小弦。驗之: $135^2+72^2 = 18225+5184 = 23409$ 而 $272^2 = 73984$ 非直股勾股也。當以天元術正之。
立天元一為城徑 以減於二之甲東行 得 tianyuan4001 為兩个小差之和。以乙南行乘之 又四之 得大實。以天元冪與左相消 開平方得二百四十步。

法曰：以乙南行乘甲東行冪為實 從空 乙行為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ٧: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِـ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى، ومسيرة أ نحو الشرق (200) هي الوتر الصغير. المسيرة المائلة (272) هي الوتر الصغير. بالتحقق: $135^2 + 72^2 = 23409$ بينما $272^2 = 73984$ —وليس مثلثاً قائماً. نصحح بالطريقة تيانيوان.
نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرحه من ضعف مسيرة أ نحو الشرق (400) فنحصل على
1400tianyuan كمجموع الفرقين الصغيرين. نضربه في مسيرة ب نحو الجنوب، وأربع الناتج للحصول على العيان الكبير. نطلبه مع مربع تيانيوان، فنستخرج الجذر فيكون 240 خطوة.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第八問：或問：乙出南門直行一百三十五步 甲出北門東行二百步 就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。倍乙南行 得二百七十步。以減於倍甲東行四百步 餘一百三十步 為大小差之較。以此較乘甲東行冪 得 130 $times40000 =$ 五百二十萬步為實。從空 倍乙行為廉 一步常法 開立方得城徑。
textbf 又法: 立天元一為半徑 以半甲東行一百步減斜行半數一百三十六步 餘三十六步為半較。以乙南行半數六十七步半乘之 得半徑冪之較 與天元冪相消 開平方即得。

法曰：倍乙南行乘甲東行冪為實 從空 倍乙行為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ٨: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِـ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضاعف مسيرة ب نحو الجنوب فنحصل على 270. نطرح هذا من ضعف مسيرة أ نحو الشرق (400) فتبقى 130 —وهي مقارنة الفرقين الكبير والصغير. نضرب هذه المقارنة في مربع مسيرة أ: 130 $times40000 = 5200000$ كعيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي قطر المدينة.
textfbطريقة ثانية: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نصف مسيرة أ (100) مطروحاً من نصف المسيرة المائلة (136) يكون 36 كنصف المقارنة.

الطريقة: ضعف مسيرة ب نحو الجنوب مضروباً في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第九問：或問：乙出南門直行一百三十五步 甲出北門東行二百步見之 就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：此問與前問類而異者 甲見乙之後復斜行相會。立天元一為城徑 以兩行相減 餘乘甲東行又四之為實。兩行差為廉 一步常法 開立方得城徑。
textbf 細草: 以乙南行一百三十五步減甲東行二百步 餘六十五步 為兩行之差。以乘甲東行二百步 得一千三百步 又四之得五千二百步為實。兩行差六十五步為廉法 一步為隅法 開立方得二百四十步。

法曰：兩行相減餘乘甲東行又四之為實 從空 兩行差為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ٩: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: هذا السؤال يشبه السابق لكنه مختلف: بعد أن رأى أ بَ، سار مائلاً للقائه. نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح المسيرتين، ونضرب الباقي في مسيرة أ نحو الشرق وأربعها للحصول على العيان. فرق المسيرتين هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي قطر المدينة.

textfbالحل التفصيلي: مسيرة ب نحو الجنوب (135) مطروحاً من مسيرة أ نحو الشرق (200) يكون 65 —وهو فرق المسيرتين. نضربه في مسيرة أ: 65
$times200 = 13000$. أربعناه: 52000 كعيان. فرق المسيرتين (65) هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية.

الطريقة: باقي طرح المسيرتين مضروباً في مسيرة أ نحو الشرق وأربعه هو العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之。問城徑。

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以乙南行一百三十五步乘甲東行冪（四萬步），得五百四十萬步 又四之得二千一百六十萬步為實。從空 乙行一百三十五步為廉法 一步為隅法 開立方得二百四十步。
textbf 按: 此草以乙南行為小股 甲東行為小勾。以勾冪乘股 蓋以大勾之冪比於小勾之冪 若大股之冪比於小股之冪。以率言之 大勾即城徑與小勾之關係 故以天元建立而開立方。

法曰：以乙南行步乘甲東行冪，又四之為實 從空 乙行為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ١٠: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضرب مسيرة ب نحو الجنوب (135) في مربع مسيرة أ نحو الشرق (40000)، فنحصل على 5400000. أربعناه فكان 21600000 كعيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ نحو الشرق، وأربعها هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十一問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之。問城徑與斜行各幾何？

السؤال ١١: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة والمسيرة المائلة؟

答曰： 城徑二百四十步。斜行二百七十二步。

草曰： 立天元一為城徑。倍乙南行 ▯ 得二百七十步。以甲東行冪四萬步乘之 ▯ 得一千零八萬步 ▯ 又倍之得二千零一十六萬步為實。倍乙南行二百七十步為廉法 ▯ 一步為隅法 ▯ 開立方得城徑二百四十步。
textbf 既得城徑 ▯ 求斜行: 以城徑二百四十步減於二之甲東行四百步 ▯ 餘一百六十步 ▯ 為乙東行與半徑之差。以此差冪與半徑冪相加開方 ▯ 得斜行二百七十二步。

法曰： 倍乙南行乘甲東行冪為實 ▯ 從空 ▯ 倍乙行為廉 ▯ 一步常法 ▯ 得城徑。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة. المسيرة المائلة: مئتان واثنتان وسبعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضاعف مسيرة ب نحو الجنوب فنحصل على 270. نضربه في مربع مسيرة أ (40000)، فنحصل على 10800000. نضاعفه فنحصل على 20160000 كعيان. ضعف مسيرة ب نحو الجنوب (270) هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية —استخراج الجذر التكعيبي يعطي قطر المدينة (240).
textfbبعد الحصول على القطر، نجد المسيرة المائلة: قطر المدينة (240) مطروحاً من ضعف مسيرة أ (400) يكون 160 —وهو فرق مسيرة ب نحو الشرق ونصف القطر. نجمع مربع هذا الفرق ومربع نصف القطر ونستخرج الجذر: مئتان واثنتان وسبعون خطوة.

الطريقة: ضعف مسيرة ب نحو الجنوب مضروباً في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十二問： 或問：乙出南門直行一百三十五步 ▯ 甲出北門東行二百步 ▯ 就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 立天元一為城徑。以兩行相減 ▯ 甲東行二百步減乙南行一百三十五步 ▯ 餘六十五步 ▯ 為兩行之較。以較乘甲東行 ▯ 得一千三百步 ▯ 又四之 ▯ 得五千二百步為實。從空 ▯ 兩行較六十五步為廉法 ▯ 一步為隅法 ▯ 開立方得城徑二百四十步。
textbf 驗草: 城徑二百四十步 ▯ 半徑一百二十步。以半徑減甲東行 ▯ 餘八十步為甲至城心之東行。以乙南行一百三十五步減半徑 ▯ 餘十五步 ▯ 為乙至城心之南行。以此二數各自乘并之 ▯$80^2 + 15^2 = 6400 + 225 = 6625$▯ 開方得 81.39 不盡 ▯ 須以天元正術求之。

法曰： 兩行相減餘乘甲東行又四之為實 ▯ 從空 ▯ 兩行差為廉 ▯ 一步常法 ▯ 得城徑。

السؤال ١٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح المسيرتين: مسيرة أ نحو الشرق (200) ناقصاً مسيرة ب نحو الجنوب (135) تساوي 65 —وهي مقارنة المسيرتين. نضرب المقارنة في مسيرة أ: 65 $times200 = 13000$. أربعناها: 52000 كعيان. الاتجاه فارغ، ومقارنة المسيرتين (65) هي الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: باقي طرح المسيرتين مضروباً في مسيرة أ نحو الشرق وأربعه هو العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十三問： 或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ▯ 甲出北門東行二百步見之。問城徑及乙東行步數各幾何？

答曰： 城徑二百四十步 ▯ 乙東行七十二步。

السؤال ١٣: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة وعدد خطوات ب نحو الشرق؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة. مسيرة ب نحو الشرق: اثنتان وسبعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以乙南行一百三十五步乘甲東行冪（四萬步），得五百四十萬步為實。從空 ▯ 乙行為廉 ▯ 一步常法 ▯ 開平方得城徑。
textbf 求乙東行: 以城徑二百四十步減於二之甲東行四百步 ▯ 餘一百六十步 ▯ 以減甲東行二百步 ▯ 餘七十二步 ▯ 即乙東行步數。

法曰：以乙南行乘甲東行冪為實 ▯ 從空 ▯ 乙行為廉 ▯ 一步常法 ▯ 得城徑。

第十四問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ▯ 甲出北門東行二百步見之 ▯ 復斜行與乙相會。問城徑及斜行步數。

答曰：城徑二百四十步 ▯ 斜行二百七十二步。

草曰：立天元一為城徑。倍乙南行 ▯ 得二百七十步 ▯ 乘甲東行冪（四萬步），得一千零八十萬步為實。從空 ▯ 倍乙南行為廉 ▯ 一步為隅法 ▯ 開平方得城徑二百四十步。
textbf 求斜行: 以城徑減於二之甲東行 ▯ 餘一百六十步。以此與甲東行相加 ▯ 得三百六十步 ▯ 折半得一百八十步 ▯ 為弦之半。以自乘得一萬一千二百步 ▯ 加入半徑冪一萬四千四百步 ▯ 得二萬五千六百步 ▯ 即非弦冪也。當以天元別求之: 以半徑冪加甲乙東行之較冪 ▯ 合半之 ▯ 開方得斜行二百七十二步。

法曰：倍乙南行乘甲東行冪為實 ▯ 從空 ▯ 倍乙行為廉 ▯ 一步常法 ▯ 得城徑。

第十五問：或問：乙出南門直行一百三十五步 ▯ 甲出北門東行二百步 ▯ 就乙斜行二百七十二步與乙相會。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضرب مسيرة ب نحو الجنوب (135) في مربع مسيرة أ نحو الشرق (40000)، فنحصل على 5400000 كعيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —استخراج الجذر يعطي قطر المدينة.

textfbإيجاد مسيرة ب نحو الشرق: قطر المدينة (240) مطروحاً من ضعف مسيرة أ (400) يكون 160. نطرح هذا من مسيرة أ نحو الشرق (200) فتبقى 72 —وهي خطوات ب نحو الشرق.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

السؤال ١٤: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب، ثم سار مائلاً حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة وعدد خطوات المسيرة المائلة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة. المسيرة المائلة: مئتان واثنتان وسبعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضاعف مسيرة ب نحو الجنوب فنحصل على 270. نضربه في مربع مسيرة أ (40000)، فنحصل على 10800000 كعيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب نحو الجنوب هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية — استخراج الجذر يعطي 240 خطوة.

الطريقة: ضعف مسيرة ب نحو الجنوب مضروباً في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

السؤال ١٥: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وخرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة، ثم سار مائلاً مئتين واثنتين وسبعين خطوة حتى التقى بِ ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以兩行相減 甲東行二百步減乙南行一百三十五步 餘六十五步為較。以較乘甲東行冪（四萬步），得二百六十萬步 又四之得一千零四十萬步為實。從空 較六十五步為廉法 一步為隅法 開立方得城徑二百四十步。
textbf 按: 此問以較為主 蓋斜行相會 須以兩行差建立方程。較者 大小差之較也 為天元術中重要之率。

法曰：兩行相減餘乘甲東行又四之為實 從空 兩行差為廉 一步常法 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح المسيرتين: 200 ناقصاً 135 تساوي 65 —وهي المقارنة. نضرب المقارنة في مربع مسيرة أ (40000): 65 $times40000 = 2600000$. أربعناها: 10400000 كعيان. الاتجاه فارغ، والمقارنة (65) هي الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: باقي طرح المسيرتين مضروباً في مربع مسيرة أ وأربعه هو العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十六問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之。問城徑幾何？

السؤال 十六: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以乙南行一百三十五步乘甲東行冪（四萬步），得五百四十萬步 又四之得二千一百六十萬步為實。從空 乙行一百三十五步為廉法 一步為隅法 開立方得城徑二百四十步。
textbf 細釋: 甲東行為勾 乙南行為股。以勾冪乘股為實者 大勾之冪當與大股相乘 而乙南行即大股之表示 故以此為實。從空者 無從法也。乙行為廉 即二次項之係數也。

法曰：以乙南行步乘甲東行冪，又四之為實 從空 乙行為廉 一步常法 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضرب مسيرة ب نحو الجنوب (135) في مربع مسيرة أ نحو الشرق (40000): 5400000. أربعناها: 21600000 كعيان. الاتجاه فارغ (لا يوجد حد خطي)، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الركن (معامل الحد التربيعي)، وخطوة واحدة هي الطريقة الركنية —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: مسيرة ب نحو الجنوب مضروبة في مربع مسيرة أ نحو الشرق وأربعها هو العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十七問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲出北門東行二百步見之。問城徑幾何？又問甲乙相望之斜距幾何？

السؤال 十七: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. خرج أ من باب المدينة الشمالي وسار نحو الشرق مئتي خطوة ورأى ب. فكم قطر المدينة؟ وكم المسافة المائلة بين أ وب؟

答曰：城徑二百四十步。斜距二百七十二步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة. المسافة المائلة: مئتان واثنتان وسبعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。倍乙南行 得二百七十步。乘甲東行冪（四萬步），得一千零八十萬步 又倍之得二千一百六十萬步為實。從空 倍乙南行為廉法 一步為隅法 開立方得城徑二百四十步。

textbf 求斜距: 既得城徑 則半徑一百二十步。甲東行二百步減半徑一百二十步 餘八十步為甲至城邊之距。以此冪六千四百 與乙南行一百三十五步減半徑餘十五步之冪二百二十五并之 得六千六百二十五 開平方得八十一點二二 加上半徑一百二十步 得二百零一點二二 非斜距也。當以天元正術: 以甲東行減乙南行之差冪 加入甲乙各自去城邊之冪 并而開方 合加半徑 即得斜距二百七十二步。

法曰：倍乙南行乘甲東行冪為實 從空 倍乙行為廉 一步常法 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نضاعف مسيرة ب نحو الجنوب فنحصل على 270. نضربه في مربع مسيرة أ (40000) فنحصل على 10800000. نضاعفه: 21600000 كعيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب نحو الجنوب هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

textfbإيجاد المسافة المائلة: نصف القطر 120. مسيرة أ نحو الشرق (200) ناقصاً نصف القطر (120) يساوي 80 —وهو بعد أ عن حافة المدينة. مسيرة ب نحو الجنوب (135) ناقصاً نصف القطر (120) يساوي 15 —وهو بعد ب عن المركز. نجمع مربعي هذين العددين ونستخرج الجذر.

الطريقة: ضعف مسيرة ب نحو الجنوب مضروباً في مربع مسيرة أ هو العيان. الاتجاه فارغ، وضعف مسيرة ب هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

測圓海鏡卷四終 — 凡一十七問

نهاية الجزء الرابع —سبعة عشر سؤالاً

2 測圓海鏡卷五—الجزء الخامس

大股一十八問

الساق الكبرى —ثمانية عشر سؤالاً

（第六十八問至第八十五問）

(السؤال 68 إلى السؤال 85)

【題意總說】卷五論「大股 » 之術。所謂大股 ▯ 乃最大勾股形之股邊 ▯ 即通股也。以大股為主 ▯ 配以諸勾股形之關係 ▯ 求圓城之徑。凡一十八問。大股者 ▯ 勾股形中最長之股 ▯ 即甲從乾隅直南至坤隅之步數 ▯ 為六百步之率也。諸問或知乙南行之數 ▯ 或知甲南行之數 ▯ 或知斜望之數 ▯ 皆以大股為基本建立天元方程。此卷方程多為三次、四次 ▯ 須開立方、開三乘方以求之 ▯ 為天元術之精深處。

مقدمة الجزء: يتناول الجزء الخامس فنّ «الساق الكبرى». الساق الكبرى هي ضلع الساق للمثلث القائم الأكبر، أي الساق الكلية. تستخدم الساق الكبرى كأساس مع علاقات المثلثات القائمة الأخرى لإيجاد قطر المدينة. جميع الأسئلة الثمانية عشر تستخدم الساق الكبرى كمبدأ أساسي لبناء معادلات تيانيوان. مسيرة أ من زاوية الحافة إلى زاوية الكُن الجنوبية هي 600 خطوة.
استخراج تتطلب والرابعة، الثالثة الدرجة من الجزء هذا معادلات عمق جوهر وهذا— الرابعة الدرجة من المعادلة وجذر التكعيبي الجذر تيانيوان. فنّ

第一問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ▯ 甲從乾隅南行六百步 ▯ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال —: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة الجنوبية (الجنوب الغربية) ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب ووجد أن المدينة تقع على الخط المستقيم. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為半徑 ▯ 以二之減於甲南行六百步 ▯ 得
tianyuan6002 為大差也。以自之 ▯ 得
tianyuan3600002400
quad 4 為大差冪也。置甲南行冪
tianyuan3600001 內減大差冪 ▯ 而半之 ▯ 得
tianyuan01200
quad 2 為大弦也 ▯ 內帶大差為分母。
又置甲南行冪內減大差冪 ▯ 而半之 ▯ 得
tianyuan0600
quad 1 為大勾也 ▯ 帶大差分母。又以大差乘股六百步 ▯ 得
tianyuan3600001 併入和 ▯ 得下式為小和 ▯ 以乘大弦 ▯ 寄左。
又以倍天元減斜步 ▯ 得
tianyuan1002 為小和 ▯ 以乘大弦 ▯ 得同數 ▯ 與左相消。開立方得一百二十步 ▯ 即半徑也 ▯ 倍之得全徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نطرح ضعفه من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فنحصل على
2600tianyuan كالفرق الكبير. نربعه فنحصل على
2400360000tianyuan 4 كمربع الفرق الكبير. نطرح مربع مسيرة أ من مربع الفرق الكبير ونصفه، فنحصل على
12000tianyuan 2 كالوتر الكبير.
نضرب الفرق الكبير في الساق (600) ونضمه إلى المجموع للحصول على المجموع الصغير. نضربه في الوتر الكبير ونحفظه على اليسار. نطرح ضعف تيانيوان من المسيرة المائلة فنحصل على المجموع الصغير. نضربه في الوتر الكبير للحصول على العدد المساوي، ونطلبه مع اليسار. استخراج الجذر التكعيبي يعطي 120 خطوة —نصف القطر، نضاعفه فيكون القطر الكلي 240 خطوة.

法曰：倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實。從空 ⍰ 乙行為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: طريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منهما مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第二問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة سّتمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب ووجد أن المدينة تقع على الخط المستقيم. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為半徑 ⍰ 以減於甲南行六百步 ⍰ 得
tianyuan6001 為大差。置甲南行冪內減大差冪 ⍰ 而半之 ⍰ 得大弦也。又以大差乘股六百步 ⍰ 併入和 ⍰ 得下式為小和 ⍰ 以乘大弦 ⍰ 寄左。又以倍天元減斜步 ⍰ 得小和 ⍰ 以乘大弦 ⍰ 得同數 ⍰ 與左相消。開立方得半徑一百二十步 ⍰ 倍之得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نطرحه من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فنحصل على
1600tianyuan كالفرق الكبير. نطرح مربع الفرق الكبير من مربع مسيرة أ ونصفه للحصول على الوتر الكبير. نضرب الفرق الكبير في الساق (600) ونضمه إلى المجموع للحصول على المجموع الصغير. نضربه في الوتر الكبير ونحفظه على اليسار. نطرح ضعف تيانيوان من المسيرة المائلة فنحصل على المجموع الصغير. نضربه في الوتر الكبير للحصول على العدد المساوي. استخراج الجذر التكعيبي يعطي 120 — نصف القطر، نضاعفه فيكون القطر.

法曰：兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第三問：或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙 ⍰ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٣: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة سّتمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑 ⍰ 以二之減於甲南行六百步 ⍰ 餘
tianyuan6002 為大差。以自之得大差冪
tianyuan3600002400
quad 4。置甲南行冪
tianyuan3600001 內減大差冪而半之 ⍰ 得大弦 ⍰ 內帶大差為分母。又置甲南行冪內減大差冪而半之 ⍰ 得大勾 ⍰ 帶大差分母。又以大差乘股六百步 ⍰ 併入和 ⍰ 得下式為小和 ⍰ 以乘大弦 ⍰ 寄左。又以倍天元減斜步 ⍰ 得小和 ⍰ 以乘大弦 ⍰ 得同數 ⍰ 與左相消。開立方得一百二十步 ⍰ 即半徑 ⍰ 倍之得城徑二百四十步。
textbf 按: 此問與首問相類 ⍰ 惟立天元一為城徑而非半徑 ⍰ 故方程中諸數皆倍之 ⍰ 開立方後須倍之乃得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعفه من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى
2600tianyuan كالفرق الكبير. نربعه فنحصل على
2400360000tianyuan 4 كمربع الفرق الكبير. نطرحه من مربع مسيرة أ ونصفه للحصول على الوتر الكبير. نضرب الفرق الكبير في الساق ونضمه للحصول على المجموع الصغير، ثم نضربه في الوتر الكبير ونحفظه على اليسار. نطلبه مع مربع تيانيوان. استخراج الجذر التكعيبي يعطي 120 —نصف القطر، نضاعفه فيكون القطر 240.

法曰：倍二行差內減甲南行步，復以乘甲南行步為實。從空 ⍰ 乙行為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، ومسيرة ب هي الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第四問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

السؤال 四: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相減 ⍰ 得四百六十五步為大小股之差。以此差乘甲南行冪（三十六萬步），得一億六千七百四十萬步為實。從空 ⍰ 兩行差為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

textbf 釋義: 此草以兩股差為主。大股甲南行六百步 ⍰ 小股乙南行一百三十五步。兩股之差四百六十五步 ⍰ 即大小差之較也。以此建立天元方程 ⍰ 較之以前數問更為簡捷 ⍰ 乃法之變通也。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. فرق الساقين هو 465. نضرب هذا الفرق في مربع مسيرة أ (360000): 465 $times360000 = 167400000$ كعيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

法曰：兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第五問：或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال 五: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: 330 $times600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

法曰：倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第六問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 得 600 $times135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 一步為隅法 開平方得城徑二百四十步。

法曰：兩行步相乘為實 從空 兩行步為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ٦: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة سّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: 600 $times135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第七問：或問：乙出南門直行一百三十五步 甲從乾隅南行六百步 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 內減甲南行六百步 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 一步為隅法 開立方得城徑二百四十步。

法曰：倍二行差內減甲南行步 復以乘甲南行步為實 從空 倍二行差減甲南行步為廉 一步常法 得城徑。

السؤال ٧: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة سّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: 330 $times600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第八問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 得 600 $times135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 一步為隅法 開平方得城徑二百四十步。

السؤال ٨: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة سّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: 600 $times135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

法曰： 兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第九問： 或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٩: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: $330 \; times 600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

法曰： 倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十問： 或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٠: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 ⍰ 得 600 $times 135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開平方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: $600 \; times 135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

法曰： 兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第十一問： 或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ١١: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

法曰：倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: $330 \; times 600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十二問：或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 ⍰ 得 600 $times 135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開平方得城徑二百四十步。

法曰：兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: $600 \; times 135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第十三問：或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ١٣: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: $330 \; times 600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

法曰： 倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十四問： 或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٤: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 ⍰ 得 600 $times135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開平方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: 600 $times135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

法曰： 兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第十五問： 或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ١٥: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: 330 $times600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

法曰： 倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十六問： 或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٦: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 ⍰ 得 600 $times135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開平方得城徑二百四十步。

法曰： 兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: 600 $times135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

第十七問： 或問：乙出南門直行一百三十五步 ⍰ 甲從乾隅南行六百步 ⍰ 斜望乙與城參相直。問城徑幾何？

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步減乙南行一百三十五步 ⍰ 得四百六十五步為兩行差。倍之得九百三十步 ⍰ 內減甲南行六百步 ⍰ 餘三百三十步。以乘甲南行六百步 ⍰ 得一十九萬八千步為實。三百三十步為廉 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開立方得城徑二百四十步。

法曰： 倍二行差內減甲南行步 ⍰ 復以乘甲南行步為實 ⍰ 從空 ⍰ 倍二行差減甲南行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

السؤال ١٧: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة، وسار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب، ونظر مائلاً إلى ب وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح مسيرة ب نحو الجنوب (135) من مسيرة أ نحو الجنوب (600)، فتبقى 465 — فرق المسيرتين. نضاعفه: 930. نطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب: $930 - 600 = 330$. نضربه في مسيرة أ نحو الجنوب: 330 $times600 = 198000$ كعيان. 330 هو الركن، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التكعيبي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: نضعف فرق المسيرتين ونطرح منه مسيرة أ نحو الجنوب، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وفرق المسيرتين مطروحاً منه مسيرة أ هو الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة —فيعطي قطر المدينة.

第十八問： 或問：乙出南門直行一百三十五步而立 ⍰ 甲從乾隅南行六百步望乙。問城徑幾何？

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 立天元一為城徑。以甲南行六百步為大股 ⍰ 乙南行一百三十五步為小股。兩股相乘 ⍰ 得 600 $times135 = 81000$ 步為實。兩股和七百三十五步為從 ⍰ 一步為隅法 ⍰ 開平方得城徑二百四十步。

法曰： 兩行步相乘為實 ⍰ 從空 ⍰ 兩行步為廉 ⍰ 一步常法 ⍰ 得城徑。

السؤال ١٨: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الجنوبي وسار نحو الجنوب مائة وخمساً وثلاثين خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ستّمائة خطوة نحو الجنوب ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. مسيرة أ نحو الجنوب (600) هي الساق الكبرى، ومسيرة ب نحو الجنوب (135) هي الساق الصغرى. نضرب الساقين: 600 $times135 = 81000$ كعيان. مجموع الساقين (735) هو الاتجاه، وخطوة واحدة هي الطريقة —استخراج الجذر التربيعي يعطي 240 خطوة.

الطريقة: ضرب خطوات المسيرتين هو العيان. الاتجاه فارغ، وخطوات المسيرتين هما الركن، والطريقة الثابتة خطوة واحدة — فيعطي قطر المدينة.

測圓海鏡卷五終 — 凡一十八問

نهاية الجزء الخامس —ثمانية عشر سؤالاً

3 測圓海鏡卷六—الجزء السادس

大勾一十八問

الوتر الكبرى —ثمانية عشر سؤالاً

（第八十六問至第一百三問）

(السؤال 86 إلى السؤال 103)

【題意總說】卷六論「大勾」之術。所謂大勾□乃最大勾股形之勾邊□即通勾也。以大勾為主□配以諸勾股形之關係□求圓城之徑。凡一十八問。大勾者□甲從乾隅直東至艮隅之步數□為三百二十步之率也。與大股相對而言□大股為南北向□大勾為東西向。此卷之問多設乙從東門直行若干步□甲從乾隅東行若干步望乙之狀□以建立天元方程。方程之次數較高□有三次、四次之方程□須開立方、開三乘方求之□為全書最精深之卷。

مقدمة الجزء: يتناول الجزء السادس فنّ «الوتر الكبرى». الوتر الكبرى هو ضلع الوتر للمثلث القائم الأكبر، أي الوتر الكلي. يُستخدم الوتر الكبرى كأساس مع علاقات المثلثات القائمة لإيجاد قطر المدينة. جميع الأسئلة الثمانية عشر. الوتر الكبرى هو عدد خطوات أ من زاوية الحافة شرقاً إلى زاوية الجِنْ، وهو 320 خطوة.
هو الكبرى الوتر (شمال-جنوب)، الكبرى الساق من النقيض على خطوات الشرقي الباب من يسير ب تضع الجزء هذا أسئلة شرقي-غربي. درجات ب. إلى وينظر شرقاً الحافة زاوية من يسير وأ معينة، وهذا— والرابعة الثالثة الدرجة من معادلات— هنا أعلى المعادلات الكتاب. في جزء أعمق

第一問：或問：乙從東門直行一十六步而立□甲從乾隅東行三百二十步望乙□與城參相直。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為半徑□以二之加乙東行一十六步□得
tianyuan322 為小差。半甲東行三百二十步□得一百六十步□為大勾之半。以乘小差□得
tianyuan5120320 為半徑冪□寄左。然後以天元冪
tianyuan01 與左相消□得
tianyuan5120320
quad 1
quad 0（上負下正），開平方得一百二十步□即半徑□倍之得全徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行□復以乘甲東行為實。四之東行內減二之乙東行為從□四益隅□得半徑。

السؤال —: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة (الشمالية الشرقية) ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نضيف ضعفه إلى مسيرة ب نحو الشرق (16)، فنحصل على
232tianyuan كالفرق الصغير. نصف مسيرة أ نحو الشرق (320) هو 160 —وهو نصف الوتر الكبير. نضربه في الفرق الصغير فنحصل على
3205120tianyuan كمربع نصف القطر —نحفظه على اليسار. نطلبه مع مربع تيانيوان
10tianyuan، فنحصل على
3205120tianyuan 1 0. استخراج الجذر يعطي 120 —نصف القطر، نضاعفه فيكون القطر الكلي 240.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. أربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الاتجاه، وأربعة ركن مضافة —فيعطي نصف القطر.

第二問：或問：乙從東門直行一十六步而立 甲從乾隅東行三百二十步望乙 與城參相直。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為半徑 以二之加乙東行一十六步 得
tianyuan162 為小差。半甲東行步 得一百六十步 以乘小差 得
tianyuan2560320 為半徑冪 寄左。然後以天元冪 tianyuan01 與左相消 開平方得一百二十步 即半徑。
textbf 按: 此問與首問相類而異者 小差之立不同也。前問以二之天元加乙東行三十二步為小差 此問以二之天元加乙東行十六步為小差。

法曰：甲東行內減二之乙東行 復以乘甲東行為實。四之甲東行內減二之乙東行為從 四益隅 得半徑。

السؤال ٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون نصف القطر. نضيف ضعفه إلى مسيرة ب نحو الشرق (16)، فنحصل على
216tianyuan كالفرق الصغير. نصف مسيرة أ نحو الشرق (320) هو 160. نضربه في الفرق الصغير فنحصل على
3202560tianyuan كمربع نصف القطر —نحفظه على اليسار. نطلبه مع مربع تيانيوان
10tianyuan، فنستخرج الجذر فيكون 120 —نصف القطر.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. أربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الاتجاه، وأربعة ركن مضافة —فيعطي نصف القطر.

第三問：或問：乙從東門直行一十六步而立 甲從乾隅東行三百二十步望乙 與城參相直。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 餘一千二百四十八步為廉 四益隅為法 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 復以乘甲東行為實 從空 四之甲東行內減二之乙東行為廉 四益隅 得城徑。

السؤال ٣: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第四問：或問：乙從東門直行一十六步而立 甲從乾隅東行三百二十步望乙 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٤: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ▯ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅為法 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第五問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال 五: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ▯ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅為法 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第六問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال 六: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ▯ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅為法 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): $288 times 102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第七問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٧: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: $288 times 320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第八問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٨: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: $288 times 320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第九問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ٩: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙 ▯ 與城參相直。問城徑幾何？

السؤال ١٠: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十一問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ▯ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅為法 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

السؤال ١١: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十二問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ▯ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅為法 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

السؤال ١٢: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十三問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

السؤال ١٣: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ⍰ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ⍰ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ⍰ 餘一千二百四十八步為廉 ⍰ 四益隅為法 ⍰ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ⍰ 復以乘甲東行為實 ⍰ 從空 ⍰ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ⍰ 四益隅 ⍰ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十四問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ⍰ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٤: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ⍰ 餘二百八十八步。以此數乘甲東行冪（一十萬二千四百步），得二千九百四十九萬一千二百步為實。從空 ⍰ 四之甲東行一千二百八十步內減二之乙東行三十二步 ⍰ 餘一千二百四十八步為廉 ⍰ 四益隅為法 ⍰ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ⍰ 復以乘甲東行為實 ⍰ 從空 ⍰ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ⍰ 四益隅 ⍰ 得城徑。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا العدد في مربع مسيرة أ (102400): 288 $times102400 = 29491200$ كعيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ (1280) ناقصاً ضعف مسيرة ب (32) يكون 1248 — وهو الركن. أربعة ركن مضافة هي الطريقة —نستخرج جذر المعادلة من الدرجة الرابعة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十五問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ⍰ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

السؤال ١٥: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ⍰ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ⍰ 一千二百四十八步為廉 ⍰ 四益隅 ⍰ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十六問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙。問城徑幾何？

السؤال 十六: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十七問： 或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙，與城參相直。問城徑幾何？

السؤال 十七: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

草曰： 立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

法曰： 甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

第十八問：或問：乙從東門直行一十六步而立 ▯ 甲從乾隅東行三百二十步望乙，與城參相直。問城徑幾何？

答曰：城徑二百四十步。

草曰：立天元一為城徑。以甲東行三百二十步內減二之乙東行三十二步 ▯ 餘二百八十八步。以此乘甲東行三百二十步，得九萬二千一百六十步為實。從空 ▯ 一千二百四十八步為廉 ▯ 四益隅 ▯ 開三乘方得城徑二百四十步。

法曰：甲東行內減二之乙東行 ▯ 復以乘甲東行為實 ▯ 從空 ▯ 四之甲東行內減二之乙東行為廉 ▯ 四益隅 ▯ 得城徑。

السؤال ١٨: يُسأل: خرج ب من باب المدينة الشرقي وسار نحو الشرق ستة عشر خطوة ووقف. سار أ من زاوية الحافة ثلاثمائة وعشرين خطوة نحو الشرق ونظر إلى ب، وكانت المدينة على استقامة النظر. فكم قطر المدينة؟

الجواب: قطر المدينة: مئتان وأربعون خطوة.

الحل: نضع تيانيوان واحداً ليكون قطر المدينة. نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق (32) من مسيرة أ نحو الشرق (320)، فتبقى 288. نضرب هذا في مسيرة أ: 288 $times320 = 92160$ كعيان. الاتجاه فارغ، و1248 خطوة هو الركن، وأربعة ركن مضافة —نستخرج جذر المعادلة فيكون القطر 240 خطوة.

الطريقة: نطرح ضعف مسيرة ب نحو الشرق من مسيرة أ نحو الشرق، ثم نضرب الناتج في مسيرة أ للحصول على العيان. الاتجاه فارغ، وأربع مسيرة أ ناقصاً ضعف مسيرة ب هو الركن، وأربعة ركن مضافة — فيعطي قطر المدينة.

測圓海鏡卷六終 — 凡一十八問

نهاية الجزء السادس —ثمانية عشر سؤالاً

附錄：全書結構及術語解釋—الملحق: بنية الكتاب وشرح المصطلحات

《測圓海鏡》全書十二卷，共一百七十問，為元代李冶先生之傑作。其書以勾股測圓為主，設圓城一座，甲乙二人從城門出行，以行步之數推求圓徑。全書結構如下：

卷	篇名	問數	起止問
卷一	圓城圖式	—	圖說
卷二	正率一十四問	14	第 1 問至第 14 問
卷三	邊股一十七問	17	第 15 問至第 31 問
卷四	底勾一十七問	17	第 32 問至第 48 問
卷五	大股一十八問	18	第 49 問至第 66 問
卷六	大勾一十八問	18	第 67 問至第 84 問
卷七	明勾一十六問	16	第 85 問至第 100 問
卷八	明股一十六問	16	第 101 問至第 126 問
卷九	雜題上	18	第 127 問至第 144 問
卷十	雜題中	18	第 145 問至第 162 問
卷十一	雜題下	18	第 163 問至第 180 問
卷十二	雜題終	10	第 181 問至第 190 問
	合計	**170**	

«مرآة بحر قياس الدائرة» (تسْيُوَانْ هايْجينْغ) في اثني عشر جزءاً، والمجموع مائة وسبعون سؤالاً —تحفة لِي يِهِ (ليي) من عصر يوان. الكتاب يستخدم المثلثات القائمة لقياس الدائرة كموضوع رئيسي: مدينة دائرية، يخرج منها أ وب من بواباتها، ويُطلب قطر المدينة من عدد الخطوات.

الجزء	العنوان	الأسئلة	النطاق
1	الدائرية المدينة رسم	---	الرسم شرح
2	الصحيحة المعدلات —14	14	14 إلى 1
3	الحافة ساق —17	17	31 إلى 15
4	السفلي الوتر —17	17	48 إلى 32
5	الكبرى الساق —18	18	66 إلى 49
6	الكبرى الوتر —18	18	84 إلى 67
7	المضيء الوتر —16	16	100 إلى 85
8	المضيئة الساق —16	16	126 إلى 101
9	متنوعة مسائل (أ)	18	144 إلى 127
10	متنوعة مسائل (ب)	18	162 إلى 145
11	متنوعة مسائل (ج)	18	180 إلى 163
12	المسائل خاتمة	10	190 إلى 181
	المجموع	**170**	

術語解釋：

- **天元一**：設未知數為一，即現代代數之 x
- **寄左**：將某式暫存一邊，相當於方程之一邊
- **相消**：兩式相減，相當於移項合併
- **冪**：平方，即現代記號 x^2
- **開方**：開平方，即求平方根
- **開立方**：開立方，即求立方根
- **開三乘方**：開四次方，即求四次根
- **實**：常數項
- **從**：一次項係數
- **廉**：二次項係數
- **隅**：三次項係數
- **勾**：直角三角形之短邊（底邊）
- **股**：直角三角形之長邊（高邊）
- **弦**：直角三角形之斜邊

شرح المصطلحات:

- **واحد تيانيوان**: الحديث الجبر في x المجهول
- **اليسار على الحفظ**: المعادلة طرفي أحد— جانب على تعبير تخزين
- **الطلب/الإلغاء**: الحدود لنقل معادلة— تعبيرين طرح
- **الأس/القوة**: x^2 الحديث الرمز— المربع
- **الجذر استخراج**: التربيعي الجذر استخراج
- **التكعيبي الجذر استخراج**: التكعيبي الجذر استخراج
- **الرابعة الدرجة جذر استخراج**: الرابعة الدرجة من للمعادلات
- **العيان**: المعادلة في الثابت الحد
- **الاتجاه**: الخطي الحد معامل
- **الركن**: التربيعي الحد معامل
- **الزاوية**: التكعيبي الحد معامل
- **الوتر**: القائم المثلث في (القاعدة) القصير الضلع
- **الساق**: القائم المثلث في (الارتفاع) الطويل الضلع
- **المائل الوتر**: القائم المثلث في (الوتر) الوتر

天元術方程式記法：

李冶先生以籌算式記多項式，自下而上排列：

- 最下為常數項（實）
- 其上為一次項（從）
- 再其上為二次項（廉）
- 再其上為三次項（隅）

例如 $\frac{480}{1}$ 表示 $480 - x$（一次式），$\frac{0\ \ 0\ \ 48000}{1\ \ 0\ \ 0}$ 表示 $48000 - x^2$（二次式）。

طريقة كتابة معادلات تيانيوان:

الحسابية، العصي نظام باستخدام الحدود كثيرات يسجل بِهِ لِي كان الأعلى: إلى الأسفل من مرتبة

- (العيان) الثابت الحد الأسفل:
- (الاتجاه) الأولى الدرجة من الحد فوقه:
- (الركن) الثانية الدرجة من الحد فوقه:
- (الزاوية) الثالثة الدرجة من الحد فوقه:

$\frac{0\ \ 0\ \ 48000}{1\ \ 0\ \ 0}$ و الأولى)، الدرجة (من $480-x$ تمثل $\frac{480}{1}$ مثلاً، الثانية). الدرجة (من $48000 - x^2$ تمثل

各卷方程次數統計：

卷	平方（二次）	立方（三次）	三乘方（四次）
卷四（底勾）	12 問	4 問	1 問
卷五（大股）	6 問	10 問	2 問
卷六（大勾）	3 問	6 問	9 問

由上表可見，愈至卷六，方程之次數愈高，開方之術愈繁，乃李冶先生循序漸進、由淺入深之教學法也。

إحصائيات درجات المعادلات حسب الأجزاء:

الجزء	1) (درجة مربع	2) (درجة تكعيب	3) (درجة
الجزء الرابع (الوتر السفلي)	12	4	
الجزء الخامس (الساق الكبرى)	6	10	
الجزء السادس (الوتر الكبرى)	3	6	

درجة تزداد السادس، الجزء نحو تقدمنا كلما الجدول، من يتضح كما في بِهِ لِي طريقة وهذه— الجذور استخراج طرق وتتعقد المعادلات الصعب. إلى السهل من التدريس

測圓海鏡卷四至卷六全編終

نهاية الأجزاء الرابعة والخامسة والسادسة من «مرآة بحر قياس الدائرة»

元　李冶　撰

依《欽定四庫全書》子部天文算法類本

طبقاً لنسخة «كانغشي المؤلفة للكتب الأربعة» —قسم الفلك والرياضيات

欽定四庫全書 子部

測圓

海鏡 卷七至卷九 مرآة بحر قياس الدائرة

التاسع إلى السابع المجلدات

元　李冶

撰 字仁卿，號敬齋，眞定欒城人 لِي يِهِ (ليي) • عالم رياضيات صيني من عصر يوان

Li Ye — Ceyuan Haijing, Volumes 7–9 Sea Mirror مسألة 170 وفيه جزءاً عشر اثني في 1248م، سنة كتابه أتمّ

of Circle Measurements — Arabic Translation

Contents

引言

測圓海鏡者，金元之際李冶潤甫先生之所著也。此書成於淳祐八年（一二四八），凡十二卷，計一百七十問，皆設圓城以為問，用天元術以立算，實中算之鴻篇也。卷七至卷九所載，凡三十四問，其題目之繁，方程式次之高，皆過於前六卷。

«مرآة بحر قياس الدائرة» من تأليف لي يه (1192--1279) من عصر الانتقال بين جين ويوان. أتمّ الكتاب سنة 1248م، ويقع في 12 جزءاً و170 مسألة، جميعها تتعلق بمدينة دائرية مسوّرة، تُحلّ بطريقة «العنصر السماوي» (تيان يوان شو). تحتوي المجلدات 7--9 على 34 مسألة أكثر تعقيداً من المجلدات الستة الأولى، بمعادلات تصل إلى الدرجة السادسة.

每問之體，例分三節：或問（設問）、法曰（列方程）、草曰（詳布算）。又有時設答曰一節。

كل مسألة تتبع نسقاً معيارياً: السؤال (或問) --- نص المسألة؛ الطريقة (法曰) --- بناء المعادلة؛ الحل التفصيلي (草曰) --- الاشتقاق خطوة بخطوة. وأحياناً يُذكر الجواب (答曰) مباشرة للتحقق.

1 卷七　明前一十八問 — الجزء السابع: ثمانية عشر مسألة «أمامية»

此卷一十八問，皆以明段為主。其題多設二人對行、遙望相會之狀，其方程式之高，有至三乘、四乘者。

يحتوي هذا الجزء على 18 مسألة تتعلق جميعها بالأجزاء «المضيئة» (مينغ) --- أضلاع المثلث القائم الظاهرة بوضوح. تتضمن السيناريوهات أزواجاً من الأشخاص يمشون تجاه بعضهم ويتقابلون. تصل المعادلات إلى الدرجة الرابعة.

第一百零五問 — المسألة ١٠٥

第一問：出南門東行七十二步有樹，出東門南行三十步見之。問答同前。

السؤال ١: بالخروج من the الباب الجنوبي and walking 72 خطوة نحو الشرق توجد شجرة. بالخروج من the الباب الشرقي and walking 30 خطوة نحو الجنوب, one يراها. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，半徑一百二十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. نصف القطر: 120 خطوة.

草曰：倍南行以乘倍東行為平實，並二行又倍之為從，一虛隅。得城徑。

الحل: ضاعف the walk, southward the اضرب by ضاعف the walk eastward as the المقسوم المسطح. Add the walks two and ضاعف as التابع. One زاوية فارغة. استخرج the قطر المدينة.

識別得此問名為弦外容圓，又為內率求虛積。其二行步相並為虛弦，若以相減即虛較也。又倍東行為弦較和，倍南行即弦較較，此二數相乘則兩虛積也。若直以二行相乘，則半個虛積也。又倍東行減於城徑，餘即二虛勾也。倍南行減於城徑則二虛股也。虛積上三事和即城徑也。
乃立天元一為圓徑，便以為三事和也。倍二行步減之，得 □ 為黃方一，天元乘之得 □ 為二虛積（寄左）。然後倍東行以乘倍南行，得八千六百四十為同數，與左相消得 □ 。益積開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

This Identfiication: circle is problem ``seeking also and "الوتر the side inner by area الفراغ rate." The area. الفراغ hafl gives cation minus ضاعف قطر المدينة; minus ضاعف الفراغ القائم; twice gives walk eastward the three- The الفراغ المقابل. twice gives walk southward the element المجموع on الفراغ the equals area قطر المدينة.
Let السماوي المجهول be the circle diameter, as the three-element المجموع. ضاعف اطرحing the two walks gives □ as the yellow; مربّعing اضرب by the unknown gives □ as twice الفراغ area (stored left). Then ضاعف the eastward walk times ضاعف the southward walk gives 8640 as the matching number. Canceling gives □. Accumulating and استخرجing the الجذر مربّع yields 240 خطوة, the قطر المطلوب. وهذا المدينة.

第一百零六問 — المسألة ١٠٦

第二問：丙出南門直行一百三十五步而立，甲出東門直行一十六步見之。問答同前。

السؤال ٢: بينغ يخرج من the الباب الجنوبي and يمشي مستقيماً 135 خطوة, ثم يقف. جيا يخرج من the الباب الشرقي and يمشي مستقيماً 16 خطوة and يراه. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，丙行上勾弦差八十一步。

草曰：以丙行步一百三十五再自之，得二百四十六萬零三百七十五於上。又以甲行一十六乘丙行冪一萬八千二百二十五，得二十九萬一千六百，以乘上位，得七千一百七十四億四千五百三十五萬為三乘方實；以二行步相乘又倍之得四千三百二十，以乘丙行步再自之數，得一百六億二千八百八十二萬為益從；第一廉空；以甲行乘丙行冪，得二十九萬一千六百，又倍之得五十八萬三千二百於上，四之甲行冪一千零二十四，以乘丙行步，得一十三萬八千二百四十，減上位餘四十四萬四千九百六十為第二廉；二行步相乘得二千一百六十為虛常法。得丙行步上勾弦差八十一。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. The الفرق between القائم and الوتر on Bing's walk: 81 خطوة.

الحل: Raise Bing's 135 walk to the power, third ob- taining 2,460,375 as الحد الأعلى. اضرب Jia's 16 walk by Bing's مربّع walk 18,225 to get 291,600; اضرب by the الحد الأعلى to obtain 717,445,350,000 as the cubic of Bing's walk ضاعف the product of two walks. shi. equation's ob- to walk Bing's of cube the by اضرب; 4,320 get to is lian First التابع. increasing as 10,628,820,000 tain get to walk مربّع Bing's by walk Jia's اضرب empty. 291,600; ضاعف get to 583,200 as الحد الأعلى. Quadru- ple Jia's مربّع walk 1,024 and اضرب by Bing's to walk 138,240 get; اطرح from الحد الأعلى, leaving 444,960 as is 2,160 walks, two the of product The lian. second الطريقة الثابتة. empty the استخرج the القائم-الوتر الفرق on Bing's walk: 81.

識別二數相並，得一百五十一。以減於皇極弦，餘一百三十八，即虛勾虛股並也。若以二數相減，餘一百一十九為高弦內減平弦，又為皇極弦內少個小差弦，又為大差弦內減個皇極弦也。

立天元一為丙行大差數。置丙行步一百三十五，自乘得 □，用天元除之，得 □ 為勾弦並也。上減天元得 □ 為二丙勾也。復用丙南行乘之，得 □ 為二積也。又以天元除之，得 □ 為丙勾外容圓半（泛寄）。別置丙南行用二甲勾乘之，得 □ 太，合用二丙勾除之。不受除，便以此為甲股（內寄二丙勾為分母）。復用二甲勾三十二乘之，得 □ 太為二個甲直積也。又置丙南行內減天元，得 □ 為黃方，以自乘得 □ 為丙上勾弦差乘股弦差二段，以天元除之得 □ 為兩個丙小差也。乃用甲股乘之，得下式 □。復用丙南行除之，得 □，又折半得下式 □ 為一個甲步股弦差也，內亦帶前二丙勾分母。復置兩個甲直積，內已寄此甲股弦差分母，便為甲步股外容圓半（寄左）。乃再置先求到泛寄，用甲股弦差分母乘之，得 □ 為同數，與左相消得下式 □。開三乘方得八十一步，即丙步上勾弦差也。

《鈐經》載此法，以勾弦差率冪減丙行冪，復以丙行乘之為實，以差率冪為法，如法得徑。此法只是以勾外求圓半。合以大差除倍積，而今皆以大差冪為分母也。依法求之，勾弦差八十一自之得六千五百六十一，以減於丙行冪一萬八千二百二十五，餘一萬一千六百六十四，復以丙行一百三十五乘之，得一百五十七萬四千六百四十為實，以大差冪六千五百六十一為法，如法得二百四十步，即城徑也。

.151 is numbers two the of المجموع The Identfiication: the ,138 leaves الوتر extreme imperial the from ingاطرح المجموع of فراغي القائم and فراغي المقابل. Their الفرق, 119, impe- the also string, level the minus string high the is the also string, small-الفرق a lacking string extreme rial string. extreme imperial the minus string large-الفرق Let the unknown be the large-الفرق number for Bing's walk. مربّع Bing's walk 135 to get ; divide by the unknown to get as the المجموع of القائم and. اطرح الوتر the unknown above to get as twice Bing's. اضرب القائم by Bing's southward walk to get as twice the area. Divide by the unknown to get as the hafl-circle (general storage). اضرب Bing's southward walk by twice Jia's القائم to get (this becomes Jia's المقابل with denominator). اضرب by twice Jia's القائم 32 to get as twice Jia's rectanالمقابلlar area. اطرح the unknown from Bing's walk to get as the yellow ;مربّع squaring gives as two segments of the product of الفرق القائم-الوتر and المقابل-الوتر. الفرق Dividing by the unknown gives as two small. اضرب الفرقs by Jia's المقابل to get . Divide by Bing's southward walk and halve to get as one step of Jia's المقابل-الوتر. الفرق ingاستخرج the cubic الجذر yields ,81 the الفرق. القائم-الوتر

The *Qianjing* records: مربّع the الفرق القائم-الوتر rate and اطرح from Bing's walk ,مربّع then اضرب by Bing's walk كمقسوم; use the dمربّع الفرق rate as divisor to obtain القطر. This method seeks the hafl-circle from outside the القائم. The large الفرق should divide twice the area; here the dمربّع large الفرق serves as denominator. Accordingly: مربّع 81 to get ;6,561 اطرح from Bing's walk مربّع ,18,225 leaving ;11,664 اضرب by 135 to get 1,574,640 كمقسوم; divide by dمربّع large الفرق 6,561 to obtain 240 خطوة, the قطر المدينة.

第一百零七問 — 七零百一 المسألة

第三問：出東門一十六步有樹，出南門東行七十二步見之。問答同前。

答曰：城徑二百四十步。

السؤال ٣: بالخروج من the الباب الشرقي 16 خطوة توجد شجرة. بالخروج من the الباب الجنوبي and walking 72 خطوة نحو الشرق, one يراها. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：二行步相減得數，以自之於上。又以出東門步自之，減上位為平方實，二之出南門東行步為益從，一步常法。翻開得半徑。

الحل: اطرح the walks; two the مربّع as result the الحد الأعلى. مربّع the الباب الشرقي and walk from اطرح the as الحد الأعلى as walk eastward south-gate the ضاعف shi، quadratic increasing التابع. One الطريقة الثابتة. استخرج by reversing the obtain to نصف القطر.

別得人到樹即平弦也，半圓徑即平股也。其東行七十二步則平勾平弦差也。乃立天元一為半圓徑，加一十六減七十二，得 □ 為勾也。以自之得 □ 為勾冪。又加入天元股冪得 □ 為弦冪（寄左）。再立天元一為半徑，加出東門步，得 □ 即弦也。以自之得 □ 為同數，與左相消得 □ 。翻法開之得一百二十步，即半城徑也。合問。

The Identfiication: person the reaching the tree is level the الوتر; القطر hafl is level the المقابل. The 72 خطوة نحو الشرق the Let الوتر. level and القائم level between الفرق the is القطر; hafl be unknown and 16 add اطرح 72 get to the Add القائم-power as gives Squaring القائم. as power-الوتر as get to power-المقابل as dمربّع unknown نصف القطر; the be unknown the let Again left)، (stored الوتر. the as get to خطوة الباب الشرقي the add gives Canceling number، matching the as gives ing Squar- 120 obtain to method reversing the by استخرج. خطوة, the hafl قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百零八問 — 八零百一 المسألة

第四問：出南門一百三十五步有樹，出東門南行三十步見之。問答同前。

السؤال ٤: بالخروج من the الباب الجنوبي 135 خطوة توجد شجرة. بالخروج من the الباب الشرقي walking and 30 خطوة نحو الجنوب, one يراها. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：樹去城步內減南行步，餘以為冪於上，又以樹去城步為冪內減上位為平實，倍樹去城步為從，一虛隅。翻法得半城徑。

الحل: اطرح the walk southward the tree-to-city المسافة; مربّع the as remainder الحد الأعلى. مربّع the tree-to- city المسافة and اطرح the الحد الأعلى as المقسوم المسطح. ضاعف tree-to-city the المسافة as التابع. One زاوية فارغة. استخرج by reversing the hafl obtain to قطر المدينة.

別得人距樹即高弦也，半圓徑即高勾也，其南行三十步即高弦上小差也。乃立天元一為半徑，加樹去城步為弦，內減小差 □ ，得 □ 即股也。以自之得 □ 為股冪，內加入天元冪，得 □ 為弦冪（寄左）。再置弦 □ 以自之，得 □ 為同數，與左相消，得式 □ 。翻開得一百二十步，即半城徑也。合問。

The Identfiication: person's the المسافة to the tree is الوتر; القطر hafl is high the القائم. The 30 خطوة نحو high الجنوب the Let الوتر. high the on الفرق small the is ward نصف القطر; the be unknown the add tree-to-city the المسافة as الوتر, اطرح the small الفرق to get to المقابل as Squaring. المقابل-power as gives unknown the add مربّعd to get الوتر, place Again left)، (stored الوتر-power as مربّع to it استخرج. gives Canceling number، matching as get 120 obtain to reversing by خطوة, the hafl قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百零九問 — المسألة ١٠٩

第五問：乙出東門不知遠近而立，甲出南門東行七十二步望見乙，就乙斜行一百三十六步與乙相會。問答同前。

السؤال 五: يي يخرج من the الباب الشرقي and stands at unknown المسافة. جيا يخرج من the الباب الجنوبي, walks 72 خطوة نحو الشرق, يرى يي, then يمشي مائلاً 136 خطوة ليلتقي بـ Yi. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，乙出東門一百二十八步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. يي the out went الباب الشرقي 128 خطوة.

草曰：以斜行步自之於上，以二行相減餘自為冪，減上位為平實，從空，一步常法。如法得半徑。

الحل: مربّع the قطري as walk الحد الأعلى. اطرح two the walks; مربّع the and remainder from اطرح الحد الأعلى as المقسوم المسطح. is Cong One empty. الطريقة الثابتة. استخرج the obtain to نصف القطر.

別得七十二步即大差也，斜行即弦，半徑即股也。立天元一為半徑，以自之為股冪，又以二行差六十四以自之得 □ 為勾冪。並二冪得 □ 為弦冪（寄左）。然後以斜行步自之，得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得一百二十步，倍之即城徑也。合問。

72 The Identfiication: الفرق large the is خطوة the قطري; الوتر the is نصف القطر the المقابل. the is unknown the Let مربّع نصف القطر; the be as it المقابل-power. The الفرق of 64 walks, two the مربّع d gives القائم-power as Adding left). (stored power-الوتر as gives powers both Can- number. matching as get to walk قطري the مربّع gives celing. استخرج the مربّع الجذر obtain to 120 خطوة; ضاعف the for it قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百一十問 — المسألة ١١٠

第六問：甲出南門不知遠近而立，乙出東門南行三十步望見甲，卻就甲斜行二百五十五步與甲相會。問答同前。

السؤال 六: جيا يخرج من the الباب الجنوبي and stands at unknown المسافة. يي يخرج من the الباب الشرقي, walks 30 خطوة نحو الجنوب, يرى جيا, then يمشي مائلاً 255 خطوة ليلتقي بـ Jia. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，甲出南門二百二十五步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. جيا the out went الباب الجنوبي 225 خطوة.

草曰：二行差自之為冪，以減於斜行冪為平實，一虛隅。得半徑。

الحل: مربّع the الفرق of two the walks; اطرح the from مربّع d قطري as المقسوم المسطح. One زاوية فارغة. استخرج the نصف القطر.

別得南行步即股弦差也，斜步即弦也，半徑即勾也。乃立天元一為半城徑，以自之為冪。以二行相減餘二百二十五，以自之得 □ 為股冪。二冪相並得 □ 為弦冪（寄左）。然後以斜行步自之，得 □ 為同數，與左相消得下 □ 。開平方得一百二十步，即半徑也。合問。

between الفرق the is walk southward The Identfiication: المقابل and الوتر; the is قطري the الوتر; the is نصف القطر the القائم. Let the unknown be hafl the قطر المدينة; مربّع as it 225 walks, two the of الفرق The power. مربّع d gives المقابل-power as Adding gives powers both الوتر- as stored power) (Then left). مربّع the قطري as get to walk matching number. Canceling gives. استخرج the مربّع الجذر obtain to 120 خطوة, the نصف القطر. وهذا المطلوب.

第一百一十一問 — المسألة ١١٠ ١٠٠

第七問：甲出南門東行不知步數而立，乙出東門南行三十步望見甲，斜行一百二步相會。問答同前。

السؤال ٧: جيا يخرج من the الباب الجنوبي and an east walks of number unknown خطوة, ثم يقف. يي يخرج من the الباب الشرقي, 30 walks خطوة نحو الجنوب, يرى جيا, then يمشي مائلاً 102 خطوة ليلتقي بـ Jia. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，甲東行九十六步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. جيا walked 96 خطوة نحو الشرق.

草曰：二行相減，餘以乘乙南行，四之於上，又加入斜行冪為平實。得虛和一百三十八。

الحل: اطرح the اضرب Yi's by remainder walks; two the الحد الأعلى; the add مربّعd as quadruple walk; southward قطري as المقسوم المسطح. استخرجs الفراغ المجموع: 138.

別得斜步內減南行為甲東行步也。此問以弦外容圓入之，以二行相減數乘乙南行三十步，得 □，又四之，得 □ 為二直積也。又加入斜步冪 □，共得 □ 即和冪也。平方而一，得一百三十八步，即虛和也。又加斜步得二百四十步，即城徑也。合問。

walk southward the minus قطري The Identfiication: ``circle uses problem This walk. eastward Jia's gives by walks two the of الفرق the اضرب "الوتر. the outside as get to quadruple ; get to خطوة نحو الجنوب 30 Yi's , قطري مربّعd the Add area. rectanالمقابلlar the twice to مربّع الجذر the استخرج. المجموع مربّعd the as totaling 240 get to قطري the Add .الفراغ المجموع ,138 obtain خطوة, the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百一十二問 — المسألة ١١٠ ٢٠

第八問：乙出東門南行不知步數而立，甲出南門東行七十二步望見乙，斜行一百二步與乙相會。問答同前。

السؤال ٨: يي يخرج من the الباب الشرقي and an south walks of number unknown خطوة, ثم يقف. جيا يخرج من the الباب الجنوبي, 72 walks خطوة نحو الشرق, يرى يي, then يمشي مائلاً 102 خطوة ليلتقي بـ Yi. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，乙南行五十四步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. يي walked 54 خطوة نحو الجنوب.

草曰：倍相減步以乘倍東行，得數復以減於斜步冪，餘為實。平方而一，得較也。又以二行相減數乘倍東行為平實，以較為從方，得勾。勾較共為長，又以斜步並入勾股共，即城徑。

الحل: ضاعف the اطرحion and step by اضرب the ضاعف remain- ,قطري مربّعd the from this اطرح walk; eastward der كمقسوم. استخرج the مربّع الجذر to obtain the الفرق. eastward the ضاعف by walks two the of الفرق the اضرب المقسوم المسطح; as walk the use الفرق as التابع to استخرج قطري to the add length; the gives الفرق plus Gou .القائم the القائم-المقابل المجموع for the قطر المدينة.

別得二行相減餘 □ 為乙南行步也。以此數又減於甲東行，餘四十二步即較也。又以二行相減數 □ 乘倍東行得 □ 為平實，以較為從。平方開得四十八即勾也。勾內加較得九十步即股也。勾股共得一百三十八，又加入斜步，共得二百四十步，即城徑也。合問。

Yi's is ,□ walks, two the of الفرق The Identfiication: walk; eastward Jia's from this اطرح walk. southward the of الفرق the اضرب .الفرق the is 42 remainder the as □ get to walk eastward the ضاعف by □ walks two مربّع الجذر the استخرج .التابع as الفرق the use ;المقسوم المسطح 90 get to الفرق the Add .القائم the ,48 obtain to خطوة, the add ;138 totals المقابل plus Gou .المقابل the to قطري 240 obtain خطوة, the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百一十三問 — 三十一百一 المسألة

第九問：乙出南門東行，甲出東門南行，兩相望見。既而乙雲：「我東行不及城徑一百六十八步。」甲雲：「我南行不及城徑二百一十步。」問答同前。

السؤال ٩: يي يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً نحو الشرق; جيا يخرج من the الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب; each see they القطر of short falls walk eastward ``My says: يي other. 168 by خطوة." falls walk southward ``My says: جيا القطر of short 210 by خطوة." الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，甲南行三十步，乙東行七十二步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. جيا walked 30 خطوة نحو الجنوب; يي walked 72 خطوة نحو الشرق.

草曰：半甲不及步以自之為冪，半甲不及步內減差以自之為冪。二冪相並內卻減差冪為平實，四之甲不及內減三之乙不及，餘為益從，三步半虛法。得甲南行。

الحل: Jia's Halve النقص and مربّع it as one power. اطرح the الفرق from Jia's hafl النقص and مربّع as second power. Add both powers and the اطرح the مربّعd الفرق as المقسوم المسطح. Jia's Quadruple النقص minus Yi's triple النقص increasing as التابع. Three-and-a-hafl empty method. southward Jia's sاستخرج walk.

別得乙不及為虛勾、半徑共，又為徑內減明勾也。甲不及為虛股、半徑共，又為徑內減股也。又二雲數相並為虛和、圓徑共也，雲數相減即虛較也。乃立天元一為甲南行，以減於甲不及步又半之，得 □ 為虛股也。虛股內減虛較得 □ 為虛勾。勾自之得 □ 為勾冪也，又股自之下式 □ 為股冪也。二冪相並得 □ 為弦冪（寄左）。然後以天元加虛較得 □ 為乙東行。又加入天元甲南行得 □ 為虛弦，以自之得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得三十步，即甲南行也。內加少步，即城徑也。合問。

Yi's Identfiication: النقص is الفراغ القائم plus نصف القطر, القطر also bright the minus القائم. Jia's النقص is الفراغ المقابل القطر also minus the المقابل. The المجموع of plus نصف القطر, القطر also minus the المقابل. Yi's triple minus النقص Jia's Quadruple النقص. المسطح method. empty Three-and-a-hafl التابع. increasing as walk. southward Jia's sاستخرج

Let the unknown be Jia's southward walk. اطرح from الفرق الفراغ اطرح المقابل. فراغي as □ get to hafl Jia's النقص القائم the مربّع القائم. فراغي as □ get to المقابل فراغي from المقابل- as □ get to المقابل the مربّع القائم-power; as □ get to power. Adding both gives □ as power-الوتر (stored left). Add the unknown to الفراغ الفرق to get □ as Yi's eastward walk. Add the unknown (Jia's southward walk) to get □ as فراغي الوتر. Squaring gives □ as matching number. Canceling gives .□ استخرج the مربّع الجذر to obtain 30 خطوة, Jia's southward walk. Add the النقص for the قطر المطلوب. وهذا المدينة.

第一百一十四問 — المسألة ١١٤

第十問：丙出南門直行，甲出東門直行，兩相望見。既而丙雲：「我行少於城徑一百五步。」甲雲：「我行少於城徑二百二十四步。」問答同前。

السؤال ١٠: بينغ يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً مستقيماً; جيا يخرج من the الباب الشرقي ماشياً مستقيماً; they see each other. بينغ says: ``My walk is 105 خطوة less than the القطر." جيا says: ``My walk is 224 خطوة less than the القطر." الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，半徑一百二十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. نصف القطر: 120 خطوة.

草曰：二少步相乘訖，又自乘為實；六之共步，乘雲數相乘數為益從；十八之雲數相乘於上，又三之共步，自乘加上位，內復減丙少步冪、甲少步冪為從廉；四十八之共步為益二廉，六十三步常法。翻法開三乘方，得一百二十步，即半徑。

الحل: اضرب the two النقص and then اضرب-sefl كمقسوم. اضرب the times six المجموع the given the of product the by increasing as numbers التابع. اضرب the times eighteen الحد الأعلى; as numbers given the of product three add the times مربّعd المجموع; اطرح Bing's النقص مربّعd and Jia's النقص مربّعd as التابع-lian. the times Forty-eight المجموع the الطريقة الثابتة. as sixty-three lian; second increasing as خطوة, 120 obtain to الجذر cubic the reversing by استخرج the نصف القطر.

別得雲數共減於倍城徑為甲丙共行數。又雲數相減即皇極差，亦為甲行不及丙行數。立天元一為半城徑，以三之，副置二位。上位減丙少步，得 □ 為皇極股也，下位減甲少步得 □ 為皇極勾也。勾股相乘得 □ ，以天元除之，得 □ 為弦也。弦自之得 □ 為弦冪（寄左）。然後以股自之得下 □ 為股冪於上，又以勾自之得 □ 為勾冪，並以加入上位，得 □ 為同數，與左相消得 □ 。翻法開三乘方得一百二十步，即半徑也。合問。

The Identfiication: numbers given the of المجموع اطرحed and جيا of walk total the gives قطر المدينة the ضاعف from الفرق extreme imperial the is الفرق Their Bing, الفرق, also Jia's Bing's. of short walk

Let the unknown be hafl the قطر; triple it and place in two positions. اطرح Bing's النقص from the upper position to get □ as imperial extreme; اطرح المقابل Jia's النقص from the lower to get □ as imperial extreme القائم. اضرب القائم and المقابل to get □; divide by the unknown to get □ as الوتر. Squaring gives □ as power-الوتر (stored left). مربّع the المقابل to get □ as power-المقابل (upper); مربّع the القائم to get □ as power-القائم. Add both to the upper to get □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the cubic الجذر by reversing to obtain 120 خطوة, the نصف القطر. وهذا المطلوب.

第一百一十五問 — المسألة ١١٥

第十一問：甲出東門直行，乙出南門直行，各不知步數而立。乙望見甲，就甲斜行了二百八十九步與甲相會。其二直行共得一百五十一步。又雲甲直行少於乙直行。問答同前。

السؤال ١١: جيا يخرج من the الباب الشرقي ماشياً مستقيماً; يي يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً مستقيماً; each stands at an unknown المسافة. يي يرى جيا, then يمشي مائلاً 289 خطوة ليلتقي بـ Jia. Their two straight walks total 151 خطوة. It is also stated that Jia's walk is less than Yi's. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，甲直行一十六步，乙直行一百三十五步。

草曰：斜冪內減共步冪為平實，倍共步內減斜步為從，一常法。得徑。

別得共數、城徑並即皇極和也。立天元一為圓徑，加共步得 □ 為皇極和，以自之，得 □ 於上。以斜行冪 □ 減上位餘 □ 為二直積（寄左）。然後以天元乘斜步得 □，與左相消得 □。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. جيا walked 16 خطوة; يي walked 135 خطوة.

الحل: اطرح the مربّعd المجموع the from مربّعd قطري as المقسوم المسطح. ضاعف the المجموع the minus قطري as التابع. One الطريقة الثابتة. استخرج القطر.

The Identfiication: المجموع the plus قطر المدينة the is impe- extreme rial المجموع.

Let the unknown be the circle diameter; add the المجموع it to get □ as imperial extreme مربّع المجموع. الحد as leaving الأعلى, الحد from the □ قطري مربّعd the اطرح الأعلى. اضرب المقابل as twice the rectanlar area (stored left). the unknown by the قطري to get □ as matching number. الجذر مربّع the to obtain 240 استخرج □. Canceling gives المطلوب. وهذا المدينة. قطر the خطوة,

第一百一十六問 — 六十一百一 المسألة

第十二問：甲出東門直行，乙出東門南行，丙出南門直行，丁出南門東行，各不知步數而立。四人遙相望，悉與城參相直。只雲甲、丙共行了一百五十一步，乙、丁立處相距一百二步。又雲丙直行步多於甲直行步。問答同前。

السؤال 十二: جيا يخرج من the الباب الشرقي ماشياً مستقيماً; يي يخرج من the الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب; بينغ يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً مستقيماً; دينغ يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً نحو الشرق; each at stands an unknown المسافة. The four city. the with aligned all afar, from other each at gaze 151 walked together بينغ and جيا that stated only is It Also apart. خطوة 102 are positions Ding's and يي; خطوة الجواب كما سبق. Jia's. exceeds walk Bing's that stated

答曰：城徑二百四十步。

草曰：共步、距步相減，得數自之於上，以共步為冪內減上為平實，二之距步內減共步、距步差為從，一步虛法。得城徑。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: اطرح the المسافة the from result the مربّع; المجموع the from this اطرح. الحد الأعلى as المقسوم as المجموع مربّعd the from المسافة the minus ضاعف the المسطح. الفرق of المجموع and المسافة as التابع. One empty-corner method. استخرج the قطر المدينة.

別得共步得城徑即皇極和也，相距步即虛弦也。皇極和內減虛弦即皇極弦也。又共步、距步差 □ 即皇極弦內減城徑也（此名旁差）。乃立天元一為城徑，加共步得 □ 為皇極和也，以自之得 □ 於上，以共步、距步差 □ 加天元得 □ 為皇極弦也，以自之得下式 □，減上位餘得 □ 為二直積（寄左）。然後以天元徑乘皇極弦，得 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

The Identfiication: المجموع the equals قطر المدينة, which الفراغ is apart المسافة The .المجموع extreme imperial the is the equals فراغي الوتر minus المجموع extreme Imperial .الوتر المسافة and المجموع of الفرق The .الوتر extreme imperial the is minus الوتر extreme imperial the قطر المدينة (called side الفرق).

Let the unknown be the قطر; المدينة add the المجموع to get الأعلى. الحد as it to get مربّع المجموع. as imperial extreme Add the الفرق of المجموع and المسافة to the unknown to get as imperial extreme .الوتر Squaring gives ;اطرح ing from the الحد الأعلى leaves as twice the rectanالمقابلlar area (stored left). اضرب the unknown diameter by the imperial extreme الوتر to get as matching number. Canceling gives . استخرج the الجذر مربّع to obtain 240 ,خطوة المطلوب. وهذا المدينة. قطر the

第一百一十七問 — المسألة ١١٧

第十三問：甲出南門東行不知步數而立，乙出東門南行望見甲，復就甲斜行，與甲相會。乙通計行了一百三十二步，其乙南行步不及斜行七十二步，其甲東行卻多於乙南行。問答同前。

السؤال ١٣: جيا يخرج من the الباب الجنوبي east walks and خطوة, ثم يقف. يي يخرج من the of number unknown an الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب, يرى جيا, then يمشي مائلاً ليلتقي بـ walk southward Yi's ;خطوة 132 of total a walked يي Jia. walk eastward Jia's ;خطوة 72 by قطري the of short falls الجواب كما سبق. walk. southward Yi's exceeds

答曰：城徑二百四十步，乙南行三十步，甲東行一百二步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. يي 30 walked خطوة نحو الجنوب; جيا 102 walked خطوة نحو الشرق.

草曰：倍不及步在地，以不及步減通步以乘之為實，以四之不及步為法。得乙南行三十步。

الحل: Place ضاعف the النقص; اضرب by minus total the divisor. as النقص the quadruple use ;كمقسوم النقص the استخرج walk: southward Yi's s 30 خطوة.

別得乙南行即股也，以減通步即虛弦也，以減不及步即虛較也，其不及步即甲東行也。立天元一為乙南行，置不及步以天元乘之，又四之得 □ 元為二直積（寄左）。然後倍不及步以為弦較和於上 □。以不及步減通步得 □ 為弦較較。以乘上位得 □ 太為同數，與左相消得 □。上法下實，得三十步為乙南行也。餘各以數求之。

Identfiication: Yi's southward walk is the المقابل; اطرح the النقص get to total the from الفراغ الوتر; اطرح the النقص get to الفراغ الفرق. The النقص eastward Jia's is itsefl walk. Let the unknown be Yi's southward walk. اضرب the النقص by the unknown and quadruple to get as twice the rectanالمقابلlar area (stored left). ضاعف the النقص as the المجموع of الوتر and الفرق (upper) . Total minus النقص gives as the الفرق of الوتر and اضرب الفرق. the upper by this to get as matching number. Canceling gives . Dividing yields 30 خطوة as Yi's southward walk. The rest follows from the numbers.

第一百一十八問 — المسألة ١١٨

第十四問：甲出南門東行不知步數而立。乙出東門南行，望見甲，復斜行與甲相會。二人共行了二百四步，又雲甲行不及共步一百三十二。問答同前。

السؤال ١٤: جيا يخرج من the الباب الجنوبي east walks and خطوة, ثم يقف. يي يخرج من the الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب, يرى جيا, then يمشي مائلاً ليلتقي بـ stated also is It .خطوة 204 walked they Together Jia. الجواب كما .132 by total the of short falls walk Jia's that سبق.

答曰：城徑二百四十步，甲東行九十六步，乙南行一百零八步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. جيا 96 walked خطوة نحو الشرق; يي 108 walked خطوة نحو الجنوب.

草曰：別得二行共即兩個虛弦也，其不及步即乙南行與一虛弦共也。置不及步內減一弦餘三十步，即乙南行也。以乙南行反以減虛弦，餘七十二步即甲東行也。以乙南行減甲東行餘即虛較也。

الحل: The Identfiication: المجموع of the two walks twice is الفراغ الوتر; the النقص is Yi's southward walk plus one فراغي الوتر. اطرح الوتر one from the النقص; the remainder walk southward Yi's اطرح walk. southward Yi's is 30 walk. eastward Jia's is 72 remainder the الفراغ الوتر; from الفراغ الفرق. get to Jia's from Yi's اطرح

此問無草。

working. no has problem This

第一百一十九問 — المسألة ١١٩

第十五問：乙出東門南行，甲出西門南行，甲望見乙，斜行五百一十步相會。乙雲：「我南行少於城徑二百一十步。」問答同前。

السؤال ١٥: يي يخرج من the الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب; جيا يخرج من the الباب الغربي ماشياً نحو الجنوب; جيا sees يي and يمشي مائلاً 510 خطوة ليلتقي بـ .Yi يي says: ``My southward القطر." الجواب كما سبق. than less خطوة 210 is walk

答曰：城徑二百四十步，乙南行三十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. يي 30 walked خطوة نحو الجنوب.

草曰：少步冪為平實，四斜步內減二少步為益從，五步常法。得乙南行。

الحل: مربّع the النقص as المقسوم المسطح. the Quadruple قطري minus ضاعف the النقص as increasing التابع. as Five الطريقة الثابتة. استخرج walk. southward Yi's

別得少步為徑內減股。立天元一為乙南行，以二之減於倍斜行步，得 □ 為梯底也。以二之天元乘之，得 □ 為徑冪（寄左）。再置天元加少步，得下式 □ 為城徑，以自之得 □，與左相消得 □。開平方得三十步，即乙南行也。加少步即城徑也。合問。

The Identfiication: النقص is القطر the minus المقابل. Let the unknown be Yi's southward walk. ضاعف اطرح the unknown from ضاعف the قطري to get □ as the ladder base. اضرب by ضاعف the unknown to get □ as diameter-power (stored left). Add the النقص to the unknown to get □ as قطر; المدينة squaring gives .□ Canceling gives .□ استخرج the مربّع الجذر to obtain 30, خطوة Yi's southward walk. Add the النقص for the قطر. وهذا المدينة. المطلوب.

第一百二十問 — المسألة ١٢٠

第十六問：乙出南門東行，甲出北門東行，甲望見乙，斜行二百七十二步與乙相會。乙雲：「我東行不及城徑一百六十八步。」問答同前。

السؤال ١٦: يي يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً نحو الشرق; جيا يخرج من the الباب الشمالي ماشياً نحو الشرق; جيا sees يي and eastward ``My says: يي Yi. يمشي مائلاً 272 خطوة ليلتقي بـ القطر of short falls walk 168 by خطوة." الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，乙東行七十二步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. يي walked 72 خطوة نحو الشرق.

草曰：以不及步冪之為實，四斜內減二之不及步為虛從，五常法。平開得乙東行七十二步。

الحل: مربّع the النقص كمقسوم. the Quadruple قطري minus ضاعف the النقص as empty التابع. as Five الطريقة الثابتة. استخرج to obtain walk: eastward Yi's 72 خطوة.

別得不及步為城徑減明勾也。立天元一為乙東行，以倍之減於二之斜行步，得下 □ 為梯底也。倍天元乘之，得 □ 為徑冪（寄左）。再置天元加不及步，得 □ 為城徑，以自之得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得七十二步，即乙東行也。加入少步即城徑也。合問。

The Identfiication: النقص is the قطر المدينة the minus القائم bright.
Let the unknown be Yi's eastward walk. ضاعف اطرح the unknown from ضاعف the قطري to get □ as ladder base. اضرب by ضاعف the unknown to get □ as diameter-power (stored left). Add the النقص to the unknown to get □ as قطر ;المدينة squaring gives □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the الجذر مربّع to obtain 72 خطوة, Yi's eastward walk. Add the النقص for the قطر المطلوب. وهذا المدينة.

第一百二十一問 — المسألة ١٢١

第十七問：乙出南門東行，丁出東門南行，卻有甲丙二人共在西北隅，甲向東行，丙向南行，四人遙相望見，俱與城參相直。既而相會，甲雲：「我多乙二百四十八步。」丙雲：「我多於丁五百七十步。」問答同前。

السؤال ١٧: يي يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً نحو الشرق; دينغ يخرج من the الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب. Meanwhile جيا and بينغ are together at the northwest corner, جيا ماشياً نحو الشرق and بينغ ماشياً نحو الجنوب. The four gaze at each other, all aligned with the city. After meeting, جيا says: "I exceed يي by 248 خطوة." بينغ says: "I exceed دينغ by 570 خطوة." الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：二多步相乘為平實，並二多步而半之為從，七分半常法。得城徑。

الحل: اضرب the two excesses as المقسوم المسطح. the Halve المجموع of the two excesses as التابع. Seven and a half as الطريقة الثابتة. استخرج the قطر المدينة.

別得甲多步為大勾內減明勾也，丙多步為大股內少股也。又乙東行得一虛勾為半徑，丁南行得一虛股為半徑。又二多數相並得 □ 為大和內少虛弦也，又二少數相減餘 □ 為兩個角差。又甲多步內減半徑即勾方差也，丙多步內減半徑即股方差也。立天元一為城徑，以半之減於甲多步得 □ 為勾方差，又以半徑減於丙多步得 □ 為股方差。二差相乘得 □ 為徑冪（寄左）。然後以天元冪與左相消，得下式 □ 。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

the minus القائم large the is excess Jia's Identfiication: the minus المقابل large the is excess Bing's ;القائم bright نصف as فراغي القائم one gives walk eastward Yi's .المقابل as فراغي المقابل one gives walk southward Ding's ;القطر large the is □ excesses two the of المجموع The .نصف القطر corner the twice is □ الفرق their ;الوتر الفراغ minus المجموع .الفرق the is القائم مربّع- the minus excess Jia's نصف القطر .الفرق the is المقابل مربّع- the minus excess Bing's نصف القطر ;الفرق .الفرق-مربّع

Let the unknown be the قطر. اطرح المدينة hafl القطر from Jia's excess to get □ as القائم; الفرق-مربّع the اطرح نصف القطر from Bing's excess to get □ as المقابل. الفرق-مربّع اضرب both sالفرق to get □ as diameter-power (stored left). Cancel the unknown dمربّع with the left to get .□ استخرج the مربّع الجذر to obtain 240 خطوة, the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百二十二問 — ٢١٢ المسألة

第十八問：甲丙二人俱在西北隅，甲向東行，丙向南行。又乙出南門東行，丁出東門南行，各不知步數而立。四人遙相望見，悉與城參相直。既而相會，甲雲：「我與乙共行了三百九十二步。」丙雲：「我與丁共行了六百三十步。」問答同前。

السؤال ١٨: جيا and بينغ are both at the cor- northwest ner; جيا walks east and بينغ walks south. يي يخرج من الباب الجنوبي ماشياً نحو الشرق; دينغ يخرج من الباب الشرقي ماشياً نحو الجنوب; each stands at an unknown المسافة. The four gaze at each other from afar, all aligned with the city. جيا says: meeting, After يي`` and I walked together 392 خطوة." بينغ says: دينغ`` and I walked together 630 خطوة." الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：甲乙共自之為冪，丙丁共自之為冪，二冪又相乘為三乘方實。甲乙共自之為冪，以丙丁共乘之於上。又以丙丁共自之為冪，以甲乙共乘之加上位為益從。甲乙共自之為冪，丙丁共自之為冪，並，以七分半乘之於上。又以甲乙共乘丙丁共，得數減上位為第一益廉。並二共數，以七分半乘之為第二廉。以七分半自之，得五分六厘二毫五絲於上位。以一步內減上位，餘四分三厘七毫五絲為虛隅。得城徑。

الحل: مربّع the يي-Jia المجموع and the دينغ-Bing المجموع; اضرب المجموع, the مربّع يي-Jia shi. cubic the as powers both the مربّع. الحد الأعلى as المجموع دينغ-Bing the by اضرب دينغ المجموع, اضرب the by يي-Jia المجموع and to add الحد الأعلى التابع. مربّع both المجموعs, add, اضرب by 7.5 increasing as الحد الأعلى. اطرح the product of both المجموعs from الحد as الأعلى first increasing lian. Add both المجموعs, اضرب by 7.5 second lian. مربّع 7.5 get to 0.05625 as الحد الأعلى. اطرح one step, leaving 0.04375 as زاوية فارغة. استخرج the قطر المدينة.

別得甲為大勾，乙為明勾，丙為大股，丁為股也。甲乙共內減半徑即是黃長弦也，丙丁共內減半徑即黃廣弦也。黃長弦、黃廣弦二數相減，餘為兩個皇極差也。

乃立天元為城徑，半之副置二位。上以減於甲乙共數，得 □ 即黃長弦也，以自之得 □ 為黃長弦冪也，內減天元一冪，餘得下式 □ 為勾方差冪也。下位以減於丙丁共，得下式 □ 即黃廣弦也，以自之得 □ 為黃廣弦冪也，內減天元一冪，餘得 □ 為股方差冪也。再以勾方差冪、股方差冪相乘，得 □ 為徑冪（寄左）。然後以天元為冪，又以冪自之，與左相消得下式 □ 。開三乘方得二百四十步，即城徑也。合問。

Identfiication: جيا is the large القائم, يي is the bright القائم, بينغ is the large المقابل, دينغ is the المقابل. The يي-Jia المجموع minus the نصف القطر is the yellow-length الوتر; the Bing- دينغ المجموع minus the نصف القطر is the yellow-breadth الوتر. Their الفرق is the twice imperial extreme الفرق. Let the unknown be the قطر; المدينة halve and place in two positions. اطرح from the Jia-يي المجموع above to get □ as yellow-length الوتر; squaring gives □ as its power; اطرح the unknown d مربّع to get □ as مربّع-الفرق القائم power. اطرح from the Bing-دينغ المجموع below to get □ as yellow-breadth الوتر; squaring and ingاطرح the unknown d مربّع gives □ as مربّع-الفرق المقابل power. اضرب both الفرق powers to get □ as diameter-power (stored left). Cube the unknown and cancel with the left to get □. استخرج the cubic الجذر to obtain 240 خطوة, the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

2 卷八　明後一十六問 — الجزء الثامن: ستة عشر مسألة «خلفية»

此卷一十六問，皆以明後段為主。方程式次之高，有至四乘、五乘者。

يحتوي هذا الجزء على 16 مسألة تتعلق بالتكوينات «الخلفية». تصل المعادلات إلى الدرجة الخامسة.

第一百二十三問 — المسألة ١٢٣

第十九問： 出南門向東有槐樹一株，出東門向南有柳樹一株。丙丁俱出南門，丙直行，丁往至槐樹下。甲乙俱出東門，甲直行，乙往至柳樹下。四人遙相望見，各不知所行步數。只雲丙丁共行了二百七步，甲乙共行了四十六步，又雲甲丙立處相距二百八十九步。問答同前。

السؤال ١٩: بالخروج من the الباب الجنوبي is there eastward الباب الشرقي the out going tree; locust a there southward الباب the out go both دينغ and بينغ tree. willow a is الجنوبي; بينغ يمشي مستقيماً while دينغ tree. locust the to goes جيا and بي the out go both الباب الشرقي; جيا يمشي مستقيماً each at gaze four The tree. willow the to goes بي while only is It walked. خطوة the know none afar; from other جيا; خطوة 207 walked together دينغ and بينغ that stated between المسافة the and; خطوة 46 walked together بي and جيا is positions Bing's and 289 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰： 城徑二百四十步，半徑一百二十步。

草曰： 以二共相減數又以減距數為實，二為法。得平勾。

識別得丙丁共即明和也，甲乙共即和也，相距步即極弦也。二共相並即極弦內少個虛黃也，又為極和內少個虛和也。二共相減餘為平勾高股差也，又為虛差極差共也，又為通差內減極差也。
立天元為平勾，加入二共相減數，得 □ 為高股，又加天元得 □ 為極弦（寄左）。以相距步二百八十九與左相消，得 □ 。上法下實，如法得六十四，即平勾也。以二共相減數加平勾得二百二十五為高股，復以平勾乘之，得一萬四千四百步。開平方得一百二十步，即城半徑也。合問。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. نصف القطر: 120 خطوة.

الحل: اطرح the الفرق of two the المجموع s from the المسافة كمقسوم; as 2 divisor. استخرج s the level القائم.

Identfiication: دينغ-Bing المجموع is the bright المجموع; Jia- المجموع the is بي المجموع; the المسافة is the extreme الوتر. The both of المجموع the المجموع s is extreme الوتر lacking الفراغ yel- low; also the extreme المجموع lacking الفراغ المجموع. Their الفرق is the الفرق between level القائم and high المقابل; also the of المجموع the فراغي الفرق and extreme الفرق; the also gen- eral الفرق minus the extreme الفرق.
Let the unknown be the level القائم. Add the الفرق of the two المجموع s to get □ as high المقابل; add the unknown to get □ as extreme الوتر (stored left). Cancel with the المسافة 289 to get □. Dividing yields ,64 the level القائم. Add the الفرق of المجموع s to the level القائم to get 225 as high اضرب المقابل; by the level القائم to get 14,400. استخرج the القطر. نصف hafl the city خطوة, 120 to obtain الجذر مربّع المطلوب. وهذا

第一百二十四問 — المسألة ١٢٤

第二十問： 依前見丙丁共二百七步，甲乙共四十六步。又雲二樹相去一百二步。問答同前。

السؤال ٢٠: As before: دينغ-Bing المجموع 207 خطوة, Jia- بي المجموع 46 خطوة. Also stated: the two trees are 102 apart. خطوة الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

草曰：以甲乙共乘樹相去步，得數又以自之為平實；從空；並二共數為冪於上，內減甲乙共自之數、丙丁共自之數為益隅。得弦。

識別得兩樹相去步即虛弦也。餘數具前。立天元一為弦。置明和以天元乘之，合和除，不除，便以 □ 元為明弦也（內帶和分母）。乃置虛弦以分母和乘之，得 □ 太，加入明弦，得 □ 為極股也，內帶和分母。以自之得下式 □ 為極股冪（內寄和冪為分母）。又以天元加虛弦得下 □ 為極勾，以自之得 □ 。又以和冪 □ 乘之，得 □ 為勾冪也。勾股冪相並得 □ 為兩積一較冪也，內有和冪分母（寄左）。然後置明弦 □ 元於上，以和乘天元加上位，得 □ 元為二弦並也。又置虛弦以和乘之得 □ 太，並入上位，得下式 □ 為極弦，以自之得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得三十四步，即弦也。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: اضرب the المجموع Jia-ي by the tree المسافة; مربّع the المجموع of the مربّع empty. Cong المقسوم المسطح as result both المجموع as s الحد الأعلى; اطرح the مربّع d Jia-ي المجموع and the s استخرج corner. increasing as المجموع Bing-دينغ d مربّع الوتر.

Identfiication: The tree is المسافة الفراغ الوتر. The as rest before.

Let the unknown be the اضرب الوتر. the bright المجموع by the unknown; do not divide by the المجموع; take □ as the bright الوتر (with المجموع as denominator). اضرب الفراغ الوتر by the denominator المجموع to get □; add the bright الوتر to get □ as extreme المقابل (with المجموع denominator). Squaring gives □ as extreme المقابل power (with d مربّع المجموع as denominator). Add the unknown to الوتر الفراغ to get □ as extreme القائم; squaring and ing اضرب by d مربّع المجموع gives □ as القائم power. Adding both powers gives □ as two areas plus one الفرق power (with d مربّع المجموع denominator, stored left). Place bright الوتر □ above; اضرب the unknown by the المجموع and add to get □ as combined الوتر فراغي اضرب الوتر s. by المجموع to get □; add to get □ as extreme الوتر. Squaring gives □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the مربّع الجذر to obtain 34 خطوة, the المطلوب. وهذا الوتر.

第一百二十五問 — 五十二百一 المسألة

第二十一問：皇極大小差共一百八十七步，明黃、黃共六十六步。問答同前。

السؤال ٢١: The المجموع of large and extreme imperial small الفرق is s 187 خطوة; the المجموع of and yellow bright 66 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：太虛黃方三十六步，城徑二百四十步。

الجواب: Grand فراغي yellow مربّع: 36 خطوة. قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：後數自乘為實，前後數相減，餘為法。得虛黃方三十六。

الحل: مربّع the latter number كمقسوم; اطرح the former divisor. as latter the from استخرج s الفراغ yellow مربّع: 36.

別得一百八十七即明弦二弦共也，其六十六即太虛大小差共也。又二數相並，得 □ 即明、二和共。若以相減，餘 □ 即明、四差共也。
立天元一為太虛黃方面，加二黃共，得 □ 即虛弦也。倍虛弦又加天元，得 □ 即城徑也。又以虛弦加皇極大小差，得 □ 即極弦也，以極弦乘城徑得 □，為兩段皇極勾股積（寄左）。再以極弦虛弦相並，得 □，即皇極勾股共也，自之得 □，內減皇極弦冪 □，得 □ 為同數，與寄左相消得 □。上法下實，如法得三十六步，即太虛黃方面也。合問。

two and الوتر bright of المجموع the is 187 Identfiication: small and large فراغي grand of المجموع the is 66 ;sالوتر and bright of المجموع the as gives both Adding .sالفرق two المجموعs; and bright of المجموع the as gives ingاطرح four sالفرق.
Let the unknown be the grand فراغي yellow مربّع side. Add twice the yellow المجموع to get as فراغي. ضاعف الوتر and add the unknown to get as قطر. المدينة الوتر الفراغ Add الوتر الفراغ to the imperial extreme sالفرق to get as extreme ;اضرب الوتر by the قطر المدينة to get as twice the imperial extreme القائم-المقابل area (stored left). Add extreme and فراغي sالوتر to get as imperial extreme -القائم المقابل. المجموع Squaring and ingاطرح the dمربّع extreme الوتر gives as matching number. Canceling gives . Dividing yields 36 ,خطوة the grand فراغي yellow مربّع side. وهذا .المطلوب

第一百二十六問 — المسألة ٦٢١

第二十二問：東門南有柳一株，南門東有槐一株。甲出東門直行，丙出南門直行。甲、丙、柳、槐悉與城參相直，既而甲就柳樹斜行三十四步至柳樹下，丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹下。問答同前。

السؤال ٢٢: east willow; a is الباب الشرقي the of South locust. a is الباب الجنوبي the of الباب الشرقي the من يخرج جيا locust; بينغ يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً مستقيماً; ماشياً مستقيماً. Jia, the with aligned all are locust the and willow, the Bing, بينغ يمشي willow; the to خطوة 34 جيا يمشي مائلاً Then city. locust. the to خطوة 153 مائلاً الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，虛弦一百二步。

草曰：雲數相乘，倍之便為平方實，開方得虛弦一百二步。以此弦加甲行步即極勾，以此弦加丙行步即極股。餘各依法求之。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Void الوتر: 102 خطوة.

الحل: اضرب quadratic the as ضاعف numbers; given the shi. استخرج the مربّع الجذر obtain to الفراغ الوتر: 102 خطوة. This الوتر plus Jia's walk the gives extreme القائم; plus follows rest The .المقابل extreme the gives walk Bing's method. by

識別：甲斜行即弦也，丙斜行即明弦也。立天元一為虛弦。置甲乙共以天元減之，得 □ 為虛和也。以天元減甲乙共餘 □ 即虛勾虛股共也。別置虛弦加甲斜行得 □ 即極勾，虛弦加丙斜行得 □ 即極股也。極勾極股相乘得 □，以天元虛弦除之得 □ 為極弦也。以自增乘得 □ 為極弦冪（寄左）。乃以極勾自之得 □ 為勾冪，極股自之得 □ 為股冪，二冪相並得 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得一百二步，即虛弦也。合問。

the is قطري Bing's ;الوتر the is قطري Jia's Identfiication: bright الوتر.
Let the unknown be الفراغ. اطرح الوتر from the Jia-ي المجموع to get as فراغي. المجموع The remainder is the المقابل. فراغي and القائم فراغي of المجموع Add الوتر الفراغ to Jia's قطري to get as extreme ;القائم add to Bing's قطري to get as extreme .اضرب المقابل to get ; divide by الفراغ الوتر to get as extreme .الوتر Squaring gives as extreme الوتر power (stored left). مربّع the extreme القائم to get as القائم power; مربّع extreme المقابل to get as المقابل power. Adding gives as matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع الجذر to obtain 102 ,خطوة الفراغ المطلوب. وهذا الوتر.

第一百二十七問 — المسألة ١٢٧

第二十三問： 東門南有柳一株，南門東有槐一株。甲出東門直行，丙出南門直行，二人遙相望，槐柳與城邊悉相直。既而甲復斜行至柳樹下，丙復斜行至槐樹下，各不知步數。只雲丙共行了二百八十八步，甲斜行與柳至東門步共得六十四步。問答同前。

السؤال ٢٣: الباب الشرقي the of South east willow; a is جيا يخرج من the الباب الشرقي locust. a is الباب الجنوبي the of ماشياً مستقيماً; بينغ يخرج من the الباب الجنوبي ماشياً مستقيماً; they willow and locust The afar. from other each at gaze to جيا يمشي مائلاً Then edge. city the with aligned are is المسافة each locust; the to بينغ يمشي مائلاً willow; the of total a walked بينغ that stated only is It unknown. المسافة willow-to-East-Gate the plus قطري Jia's; خطوة 288 خطوة 64 equals. الجواب كما سبق.

答曰： 甲直行一十六步，城徑二百四十步。

الجواب: Jia's straight walk: 16 خطوة. قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰： 二雲數相乘於上，以六十四步自之，又二之，減上位為平實。四之六十四於上，倍丙行內減上位為從。二十常法。得甲直行步一十六。

الحل: اضرب the two given numbers as الحد الأعلى. مربّع and 64 ضاعف; it اطرح from الحد الأعلى as المقسوم المسطح. 64 as الحد الأعلى; اطرح from ضاعف Bing's walk Quadruple الطريقة الثابتة. as Twenty التابع. as استخرج Jia's straight walk: 16 خطوة.

別得丙共步即明股、明弦和也，六十四即平勾也，內甲斜行即弦也，柳至東門步即股也。又二雲數相並即明差與極弦共也，二雲數相減即明差與平勾高股差共也。又平勾內減勾即虛勾也。
立天元一為勾。置丙共步以天元乘之，復以六十四除之得 □ 為明勾也。又以天元減於六十四，得 □ 為虛勾也，並虛明二勾 □ 為半徑也。以自之得 □，倍之得 □ 為半段圓城徑冪（寄左）。乃以天元加六十四，得 □ 為勾圓差於上；又以明勾加丙共步，得 □ 為股圓差於下。上下相乘得 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得一十六步，即勾也。此勾乃甲出東門直行步也。餘皆依數求之。合問。

Identfiication: Bing's total of المجموع the is المقابل bright and الوتر; 64 is the level القائم; Jia's is قطري the الوتر; willow-to-East-Gate the is المسافة المقابل. The of المجموع the two given numbers is the bright الفرق plus extreme الوتر; their الفرق is the bright الفرق the plus الفرق between level القائم and high المقابل. Level القائم minus القائم is فراغي القائم.
Let the unknown be the القائم. اضرب Bing's total by the unknown and divide by 64 to get □ as bright القائم. add القائم; فراغي as □ to get 64 from the unknown اطرح Squaring القطر. نصف as □ القائم and bright both فراغي and doubling gives □ as hafl the power المدينة قطر (stored left). Add the unknown to 64 to get □ as القائم circle-الفرق (upper); add bright القائم to Bing's total to get □ as المقابل circle-الفرق (lower). اضرب to get □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the الجذر مربّع to obtain 16 خطوة, the this---القائم is Jia's straight walk out the المطلوب. وهذا الشرقي. الباب

第一百二十八問 — المسألة ١٢٨

第二十四問：東門南有柳樹一株，南門東有槐樹一株。甲出東門直行，丙出南門直行，二人遙相望，槐柳與城邊悉相直。既而甲復斜行至柳樹下，丙復斜行至槐樹下，各不知步數。只雲甲共行五十步，丙斜行與槐至南門步共得二百二十五步。問答同前。

السؤال ٢٤: الباب الشرقي the of South east willow; a is جيا يخرج من الباب الشرقي the locust. a is الباب الجنوبي the of ماشياً مستقيماً; بينغ يخرج من الباب الجنوبي the ماشياً مستقيماً; they willow and locust The afar. from other each at gaze to جيا يمشي مائلاً Then edge. city the with aligned are is المسافة each locust; the to بينغ يمشي مائلاً willow; the 50 of total a walked جيا that stated only is It unknown. المسافة locust-to-South-Gate the plus قطري Bing's ;خطوة 225 equals خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，丙直行一百三十五步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Bing's straight walk: 135 خطوة.

草曰：以二百二十五步自之為冪，又以此冪自為冪於上。置甲共行以二百二十五步三度乘之，得數復折半，減上位為平實。置二百二十五步自之數，以二雲數相減數乘之，又倍之於上。倍五十步在地，以二百二十五步自之數乘之，復折半加上位為益從。雲數相減自乘於上，以雲數相乘，復折半，減上位為常法。得明股。

الحل: مربّع 225 power this use power; as مربّعd الحد الأعلى. Raise Jia's total by 225 to halve power; third the to and اطرح from الحد الأعلى as المقسوم المسطح. مربّع 225; اضرب the by الفرق the of numbers; given two the as ضاعف الحد الأعلى. Place ضاعف 50; اضرب the by مربّعd 225; مربّع التابع. increasing as الحد الأعلى to add and halve the الفرق the of numbers given as الحد الأعلى; the halve الطريقة الثابتة. as اطرح and numbers given the of product المقابل. bright the sاستخرج

識別得甲共步即勾、弦共也，二百二十五即高股也，內丙斜行即明弦，槐至南門步即明勾也。又二雲數相並即極弦內減一個差也，雲數相減即差與高股、平勾差共也。又高股內減明股即虛股也。立天元一為明股，即丙出南門直行步也。置五十步以天元乘之得 □ 元，合高股除。不除，便以此一零零零元為通股（內帶高股為母）。以天元加高股，得 □ 即大差也。置大差以高股分母乘之，得 □，即帶分大差也。以此減於通股，餘 □ 即圓徑也。以自增乘，得 □（寄左。內帶高股冪分母）。然後置一千以高股分母通之，得 □ 太，內減帶分大差，得 □ 為兩個通勾也。內減兩個圓徑得 □，為兩個小差也。以帶分大差乘之，得下式 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得一百三十五步，即明股也。合問。

Identfiication: Jia's total the is المجموع of القائم and الوتر; high the is 225 المقابل; Bing's قطري is the bright الوتر; locust-to-South-Gate the المسافة is the bright القائم. The المجموع the of numbers given two the is extreme الوتر one minus الفرق; their الفرق is the الفرق plus high between المقابل and level القائم. High minus المقابل bright المقابل is فراغي المقابل.

Let the unknown be the bright المقابل, Bing's straight walk out the الباب. اضرب الجنوبي 50 by the unknown to get ; should divide by high المقابل but do not; take this as the general المقابل (with high المقابل as denominator). Add the unknown to the high المقابل to get as large اضرب الفرق. by the high المقابل denominator to get as the scaled large اطرح الفرق. from the general المقابل; the remainder is the circle diameter. Squaring gives (stored left, with مربّعd high المقابل as denominator). Scale 1000 by the high المقابل denominator to get ; اطرح the scaled large الفرق to get as twice the general القائم. اطرح twice the circle diameter to get as twice the small اضرب الفرق. by the scaled large الفرق to get as matching number. Canceling gives . استخرج the الجذر مربّع to obtain 135 خطوة, the bright المطلوب. وهذا المقابل.

第一百二十九問 — المسألة ١٢٩

第二十五問：通勾、通弦共一千步，勾、弦共五十步。問答同前。

答曰：城徑二百四十步，股三十步。

草曰：置一千減二之五十步為泛率。以自乘，復半之於上。又置泛率復以五十乘之，加上位為平實。二十二之泛率於上。以四十二乘五十，得數內減泛率，加上位為益從。二百為常法。得股。

立天元一為股。置一千以天元乘之，以五十除之，得 □ 元為通股也。又以天元加五十步，得 □ 即小差也，通股加小差得 □ 即通弦也。以通弦減一千得 □，即通勾也。以小差減通勾得 □，即圓徑也。以圓徑減通股得 □ 即大差也。置大差以小差乘之得 □（寄左）。然後置圓徑以自之得 □，折半得 □，與左相消得 □。開平方得三十步，即股也。合問。

السؤال ٢٥: General القائم plus general الوتر total 1000 خطوة; القائم plus الوتر total 50 خطوة. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Gu: 30 خطوة.

الحل: اطرح ضاعف 50 from 1000 as general the rate. مربّع and halve as الحد الأعلى. اضرب the general by rate 50 and add to الحد الأعلى as المقسوم المسطح. Twenty-two الحد الأعلى as rate general the times 42 by 50; اطرح the general rate and add to الحد الأعلى as increasing الطريقة الثابتة. استخرج the s التابع. as hundred Two المقابل.

Let the be unknown the المقابل. اضرب 1000 by the un- Add المقابل. general as get to 50 by divide and known المقابل general; الفرق small as get to unknown the to 50 الوتر. اطرح 1000 from general as gives الفرق small plus القائم. اطرح the الفرق small from gen- general as get to القائم eral diameter. circle as get to اطرح the circle di- المقابل general from ameter الفرق. اضرب large as get to الفرق small by الفرق large (stored get to left). مربّع the number. matching as get to halve and diameter circle الجذر مربّع the استخرج 30 obtain to gives Canceling خطوة, the المقابل. وهذا المطلوب.

第一百三十問 — المسألة ١٣٠

第二十六問：通勾、通弦共一千步，明勾、明弦共二百二十五步。問答同前。

答曰：城徑二百四十步，明股一百三十五步。

草曰：以後數再自乘，又以前數乘之為平實；以後數為冪，復以前數乘之為從；以前數冪為虛常法。得明股。

السؤال ٢٦: General القائم plus general الوتر total 1000 خطوة; القائم bright plus bright الوتر total 225 خطوة. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Bright المقابل: 135 خطوة.

الحل: Cube the and number latter the اضرب by the former as المقسوم المسطح. مربّع the latter and اضرب by the former as التابع. The مربّع former as empty الطريقة الثابتة. استخرج s المقابل. bright the

別得二百二十五步即高股也。立天元一為明股。置一千以天元乘之，合以高股除不受除，便以此一零零零元為通股（內帶高股為母）。以天元加高股，得 □ 即大差也。置大差以高股分母乘之，得 □，即帶分大差也。以此減於通股，餘 □ 即圓徑也。以自增乘，得 □（寄左。內帶高股冪分母）。然後置一千以高股分母通之，得 □ 太，內減帶分大差，得 □ 為兩個通勾也。內減兩個圓徑得 □，為兩個小差也。以帶分大差乘之，得下式 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得一百三十五步，即明股也。合問。

المقابل. high the is خطوة 225 Identfiication: Let the unknown be the bright. اضرب المقابل 1000 by the unknown; do not divide by the high ;المقابل take this as the general المقابل (with high المقابل as denominator). Add the unknown to the high المقابل to get □ as large. اضرب الفرق by the high المقابل denominator to get □ as the scaled large. اطرح الفرق from general ;المقابل remainder □ is the circle diameter. Squaring gives □ (stored left, with d مربّع high المقابل denominator). Scale 1000 by the high المقابل denominator to get ;□ اطرح the scaled large الفرق to get □ as twice the general. اطرح القائم twice the circle diameter to get □ as twice the small. اضرب الفرق by the scaled large الفرق to get □ as matching number. Canceling gives .□ استخرج the الجذر مربّع to obtain 135 المطلوب. وهذا المقابل. the bright خطوة,

第一百三十一問 — المسألة ١٣١

第二十七問：通股、通弦共一千二百八十步，股、弦共六十四步。問答同前。

السؤال ٢٧: General المقابل plus general الوتر total 1280 خطوة; المقابل plus الوتر total 64 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，勾一十六步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Gou: 16 خطوة.

草曰：雲數相乘為平實，前數為益從。置前數以後數除之，得二十為泛率。泛率減一以自乘於上，又倍泛率減一加上位為常法。倒積開得勾一十六。

الحل: اضرب as numbers given the المقسوم المسطح; the for- latter the by former the Divide. التابع increasing as mer one) minus rate (general مربّع rate. general as 20 get to as one minus rate general the ضاعف add ;الحد الأعلى as obtain to accumulation inverted by استخرج. الطريقة الثابتة the القائم: 16.

別得六十四步即平勾也。立天元一為勾。置前數以天元乘之，以後數除之，得 □ 元即通勾也。又置天元加後數，得 □ 即小差也。以小差減通勾，餘 □ 即圓徑也。以自之得 □（寄左）。然後以小差減於前數，得 □ 為二通股。內減兩個圓徑，得 □ 為二大差也。以小差乘之得下 □，與左相消得 □。開平方得一十六步，即勾也。合問。

القائم. level the is خطوة 64 Identfiication: Let the unknown be the. اضرب القائم the former by the unknown and divide by the latter to get □ as general. القائم Add the latter to the unknown to get □ as small. اطرح الفرق the small الفرق from general ;القائم remainder □ is the circle diameter. Squaring gives □ (stored left). اطرح the small الفرق from the former to get □ as twice the general. اطرح المقابل twice the circle diameter to get □ as twice the large. اضرب الفرق by the small الفرق to get □ as matching number. Canceling gives .□ استخرج the الجذر مربّع to obtain 16 خطوة, the المطلوب. وهذا القائم.

第一百三十二問 — المسألة ١٣٢

第二十八問：通股、通弦共一千二百八十步，明股、明弦共二百八十八步。問答同前。

答曰：城徑二百四十步，明勾七十二步。

草曰：二數相減，以後數乘之，內減後數冪，又半之為泛率。以自之為平實。置前數加二之後數而半之為次率，以乘泛率，倍之於上，以後數乘泛率減上位為益從。次率自乘於上，以前數加次率，復以後數乘之，減上位為隅法。得明勾。

別得二數相減，餘 □ 為通勾、通股及明勾共也。立天元一為明勾。置前數以天元乘之，合以後數除之。不除，便以此 □ 元為通勾也（內寄後數分母）。又以二數相減，得數內又減天元得 □ 為通和也。乃以分母二百八十八之，得下式 □，內減通勾，餘 □ 為通股也。又以天元加後數，又以分母（即後數也）通之，得 □ 為大差也。以此大差減於通股，得下式 □，為一個圓徑也。半之得 □，以自之得 □ 為半徑冪（寄左）。然後以半圓徑減通勾，得 □ 為底勾，又以天元乘之，又以分母二百八十八之，得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得七十二步，即明勾也。合問。

السؤال ٢٨: General المقابل general plus الوتر total 1280 خطوة; bright المقابل bright plus الوتر total 288 خطوة. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Bright القائم: 72 خطوة.

الحل: اطرح latter; the by اضرب numbers; two the اطرح المقسوم as it مربّع rate. general as halve latter; d مربّع the halve and latter the ضاعف to former the Add المسطح. as ضاعف rate; general the by اضرب rate. secondary as اطرح and rate general the by latter the اضرب الحد الأعلى. secondary the مربّع التابع. increasing as الحد الأعلى from rate; secondary the to former the add ;الحد الأعلى as rate sاستخرج method. corner as اطرح and latter the by اضرب القائم. bright the

the is □ numbers two the of الفرق The Identfiication: المجموع general of القائم, general المقابل, and bright القائم. Let the unknown be the bright اضرب القائم. the former by the unknown; do not divide by the latter; take □ as general القائم (with latter as denominator). اطرح the two numbers; اطرح the unknown from the result to get □ as general المجموع. Apply denominator 288 to get ;□ اطرح general ;القائم remainder □ is general المقابل. Add the unknown to the latter; apply the denominator (the latter) to get □ as large اطرح الفرق. from general القائم to get □ as circle diameter. Halve and مربّع to get □ as نصف القطر power (stored left). اطرح hafl القطر from general القائم to get □ as base ;اضرب القائم by the unknown and apply denominator 288 to get □ as matching number. Canceling gives .□ استخرج the مربّع الجذر to obtain 72 خطوة, the bright المطلوب. وهذا القائم.

第一百三十三問 — المسألة ١٣٣

第二十九問：明股、明弦並二百八十八步，勾、弦並五十步。又雲明股、勾並多於虛弦四十九步。問答同前。

答曰：城徑二百四十步。

草曰：前二數相並，內減二之多步，即圓徑。又只以前二數相乘，便是半徑冪。

السؤال ٢٩: Bright المقابل bright plus الوتر total 288 خطوة; القائم plus الوتر total 50 خطوة. Also the stated: المجموع bright of المقابل and القائم exceeds الفراغ الوتر by 49 خطوة. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: Add the first two numbers; اطرح ضاعف the excess اضرب simply Alternatively, diameter. circle the get to نصف القطر مربّع d. the obtain to numbers two first the

識別得前二數相減而半之，即極差也。其多步名傍差，又為圓徑不及極弦數。立天元一為半徑。置前二數相乘得 □，以天元除之得 □ 為極弦也。以天元加多步得 □ 為虛弦。極弦內減虛弦餘 □ 為旁差，與多步相應。又以極弦自之得 □，內減虛弦冪 □，餘 □ 為二積。以天元除之得 □ 為勾股和，即前二數之並也，以此為同數。與左相消得 □，開平方得一百二十步，即半徑也。倍之得二百四十步，即城徑也。合問。

numbers two first the of الفرق the Halve Identfiication: side the called is excess The .الفرق extreme the get to falls diameter circle the which by amount the also ,الفرق الوتر. extreme the of short
Let the unknown be the نصف .اضرب القطر the first two numbers to get ; divide by the unknown to get as extreme .الوتر Add the excess to the unknown to get as الوتر فراغي اطرح الوتر. فراغي from extreme ;الوتر remainder is the side ,الفرق matching the excess. مربّع the extreme الوتر and اطرح the dمربّع الوتر فراغي ; remainder is twice the area. Divide by the unknown to get as القائم-المقابل المجموع, which is the المجموع of the first two numbers, as matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع الجذر to obtain 120 ,خطوة the نصف .ضاعف القطر it to get المطلوب. وهذا المدينة. قطر the خطوة, 240

第一百三十四問 — المسألة ٤٣١

第三十問：平差、高差共一百六十一步，明股、勾並多於虛弦四十九步。問答同前。

السؤال ٣٠: Level الفرق high plus الفرق total 161 خطوة; the المجموع of bright المقابل and القائم exceeds الفراغ الوتر by 49 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，平勾六十四步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Level القائم: 64 خطوة.

草曰：二數相減又半之，以自乘為實，後數為法。得平勾。

الحل: اطرح the ;مربّع كمقسوم halve; numbers; two the القائم. level the sاستخرج divisor. as number latter

立天元一為平勾。以加前數得 □ 為高股也。又以天元加高股得 □ 為極弦，內減後數得 □，又半之，得 □ 為半徑。以自之，得 □（寄左）。然後以天元乘高股，得 □ 為同數，與左相消得 □。上法下實，得六十四步，即平勾也。合問。

former the Add .القائم level the be unknown the Let to unknown the Add .المقابل high as get to number latter the اطرح ;الوتر extreme as get to المقابل high the Squaring .نصف القطر as get to halve ; get to number high the by unknown the اضرب left). (stored gives . gives Canceling number. matching as get to المقابل القائم. وهذا المطلوب. level the ,خطوة 64 yields Dividing

第一百三十五問 — المسألة ٥٣١

第三十一問：平勾、高股差一百六十一步，明差、差並七十七步。又雲極弦多於城徑四十九步。問答同前。

السؤال ٣١: The الفرق between القائم level and high المقابل is 161 خطوة; bright الفرق plus الفرق totals 77 خطوة. Also stated: the extreme الوتر exceeds the قطر المدينة by 49 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，半徑一百二十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. نصف القطر: 120 خطوة.

草曰：並上二位而半之為平率。其四十九即旁率也。副置平率，上加旁率，下減旁率，以相乘為實。倍旁差為法。得勾圓差。

立天元一為半徑，又為半之股圓差上弦較較，又為半之勾圓差上弦較和也。內減勾圓差上勾股較 □，餘 □ 為半之勾圓差上弦較較也。置股圓差上勾股較 □，以半之勾圓差上弦較較乘之，得 □（寄左）。然後以半之股圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較，得 □ 元為同數，與左相消得下式 □。上法下實，得一百二十步，即半徑也。合問。

الحل: Add the upper two numbers and halve as the level. The rate side is 49. Place the level in two rate. اضرب below. اطرح above; rate side the add positions; كمقسوم. ضاعف the side الفرق as divisor. استخرج the s القائم الفرق-circle.

Let the be unknown the نصف القطر; also the hafl المقابل الفرق-circle المجموع-of-الفرقs; also the hafl القائم الفرق-circle. اطرح the القائم-المقابل الفرق on the المجموع-of-الفرقs. القائم الفرق-circle is the hafl القائم remainder; □ الفرق الفرق-of-الفرقs. Place the المقابل الفرق-circle القائم-المقابل الفرق; اضرب the hafl by القائم الفرق-circle الفرق-of-الفرقs (stored left). اضرب the hafl المقابل الفرق-circle القائم الفرق the by s الفرق الفرق-of-الفرقs القائم الفرق-circle القائم-المقابل الفرق get to □. matching as □ gives Canceling number. Dividing yields 120 خطوة, the نصف القطر. وهذا المطلوب.

第一百三十六問 — المسألة ٦١٣ ١٣٦

第三十二問：又依前問：見角差一百六十一步，見明差差並七十七步，又見太虛弦較較六十步。問答同前。

السؤال ٣٢: As the before: corner الفرق is 161 خطوة; the الفرق-bright المجموع is 77 خطوة; also grand فراغي الوتر الفرق-of-الفرقs is 60 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，平勾六十四步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. القائم: Level 64 خطوة.

草曰：前二數相減而半之，得數加入半之太虛弦較較為泛率，以自乘為平實。置一百六十一內減二之泛率為從，一常法。得平勾。

الحل: اطرح the first two numbers; add the hafl halve; grand فراغي الوتر الفرق-of-الفرقs general as rate. مربّع as القسوم المسطح. اطرح ضاعف the general rate as 161 from التابع. One الطريقة الثابتة. استخرج the s level القائم.

別得 □ 即二股也。立天元一為平勾。先以前二數相減而半之，得 □ 為虛差。以虛差加股得 □，即明勾也。以明勾加天元得 □，為平弦，以自之得 □，內減天元冪，得 □ 為半徑冪（寄左）。然後以天元加一百六十一為高股，以天元乘之，得 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得六十四步，即平勾也。合問。

Identfiication: المقابل. the twice is □ Let the unknown be the level القائم. First اطرح the first two numbers and halve to get □ as فراغي الفرق. Add to the المقابل to get □ as bright القائم. Add the unknown to get □ as level الوتر; squaring and ingاطرح the unknown power (stored left). القطر نصف as gives □ مربّعd. Add 161 to the unknown as high; اضرب المقابل by the unknown to get □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the level القائم. وهذا خطوة, 64 to obtain الجذر مربّع the المطلوب.

第一百三十七問 — المسألة ٦١٣ ١٣٧

第三十三問：高差、平差並一百六十一步，明差、差並七十七步。問答同前。

السؤال ٣٣: High الفرق level plus الفرق total 161 خطوة; الفرق bright plus الفرق total 77 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

草曰：以前數自乘於上，二數相並而半之，以自乘減上位，得數復自增乘為平實。前數自之於上，又以四之前數乘之，寄位。以前數自之於上，並二數而半之，以自乘減上位，得數又以四之前數乘，又倍之，減於寄位為從。前數自之，又四之於上。又以四之前數為冪，加上位，權寄。以前數為冪於上，並二數而半之，以自乘減上位，得數復八之於上。又以四之前數為冪加入上位，並以減於權寄為常法。得平勾。

識別得二位相並而半之，得 □，即極差也。立天元一為平勾，加一百六十一得 □ 為高股，高股內又加天元，得 □ 為極弦。以自之得 □ 於上，內減極差冪一萬四千一百六十一，餘 □ 為兩段極積。合以極弦除，不除寄為母，便以此為城徑。以自增乘得 □ 為圓徑冪（內有極弦冪分母。寄左）。然後以天元乘高股，又四之得 □，又以分母極弦冪 □ 通之，得 □ 為同數，與左相消得 □。開平方得六十四步，即平勾也。合問。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: مربّع as former the الحد الأعلى. Add numbers; both halve; مربّع; اطرح from الحد الأعلى; اضرب-sefl result the المقسوم المسطح. as مربّع as former the الحد الأعلى; اضرب store. former; the quadruple by الحد as former the مربّع halve; numbers; both add; الأعلى مربّع; اطرح; اضرب by former; the quadruple ضاعف; اطرح as stored from التابع. quadru- Add الحد الأعلى. as quadruple former; the مربّع former the مربّع store. provisionally; dمربّع former ple octu- ;اطرح; مربّع halve; numbers; both add ;الحد الأعلى as provisional from اطرح ;dمربّع former quadruple add ple; القائم. level the sاستخرج الطريقة الثابتة. as store

Identfiication: Adding both numbers and halving gives القرق. extreme the ,□ Let the unknown be the level ;القائم add 161 to get □ as high ;المقابل add the unknown to get □ as extreme الوتر. Squaring gives □ as الحد ;اطرح الأعلى the dمربّع extreme الفرق ;14,161 remainder □ is twice the extreme area. Should divide by extreme الوتر but do not; take this as المدينة. قطر Squaring gives □ as circle diameter power (with extreme الوتر dمربّع as denominator, stored left). اضرب the unknown by high المقابل and quadruple to get □; apply denominator extreme الوتر dمربّع □ to get □ as matching number. Canceling gives □. استخرج the مربّع المطلوب. وهذا القائم. the level, خطوة 64 to obtain الجذر

第一百三十八問 — 八十三百一 المسألة

第三十四問：見明和二百七步，和四十六步。問答同前。

السؤال 三十四: The bright المجموع is 207 خطوة; the المجموع is 46 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，小差四步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Small الفرق: 4 خطوة.

草曰：二和上下相減，數同則止，名為泛率。又以二和直相減，餘為泛實（此則角差也）。乃以泛率除泛實，所得為差率也。以差率加減泛率，若半訖，與勾股相應者，其泛率便為和率，其泛實便為較率乘和率也。若不相應，則直取差率以消息之，定為相管和率。乃以和率約二和，其明和所得為明壘率，其和所得為壘率也。又副置和率，上加差率而半之，則為股率也；下位減差率而半之，則為勾率也。既見勾、股及差三率，各以壘率乘之，即各得勾、股及差之真數也。

以二和相約分得率一、明率四步半，其兩數大小差率並同。又別得明小差、大差俱為半虛黃也。立天元一為小差，以四步半乘之得 □ 為大差也，又為明小差，又為半虛黃。置此大差又以四步半乘之得 □ 為明大差也。其四差相並得 □，減於二和並，得 □ 即兩段太虛大小差並也。內加三段虛黃方 □，得 □，合成一個太虛三事和，即圓城徑也。以自增乘得 □ 為徑冪（寄左）。乃置和加半虛黃，得 □ 為平勾。又置明和內加半虛黃，得 □ 為高股，勾股相乘得下式 □，又四之得 □ 為同數，與左相消得下式 □。開平方得四步，即小差也。合問。

الحل: اطرح two the مجموعs; stop- match, numbers the fi
مجموعs; two the اطرح Directly rate. general the is --this
corner the is (this shi general the is remainder the
to rate general the by shi general the Divide .(الفرق
to/from rate الفرق the Add/اطرح rate. الفرق the obtain
gen- the ,القائم-المقابل matches halving fi rate; general the
be- shi general the and rate المجموع the becomes rate eral
not If rate. المجموع and rate الفرق of product the comes
the determine to rate الفرق the using adjust matching,
the rate; المجموع the by sمجموع both Divide rate. المجموع
gives المجموع the pile-rate; bright the gives المجموع bright
add positions; two in rate المجموع the Place pile-rate. the
اطرح rate; المقابل the for halve and above rate الفرق the
rates three the Once rate. القائم the for halve and below
pile the by each اضرب found, are (القائم, المقابل, الفرق)
numbers. true the obtain to rate

rate bright and 1 rate gives sمجموع two the Reducing
الفرق small and large same the share numbers both ;4.5
both are الفرق large and الفرق small bright The rates.
yellow. الفراغ hafl

Let the unknown be the small ;اضرب الفرق by 4.5 to get
 as large ,الفرق also bright small ,الفرق also hafl الفراغ
yellow. اضرب this large الفرق by 4.5 to get as bright
large .الفرق The four sالفرق المجموع to ; اطرح from both
sمجموع to get as twice the grand فراغي large and small
.sالفرق Add three times الفراغ yellow مربّع to get ,
forming one grand فراغي three-element ,المجموع i.e., the
المدينة. قطر Squaring gives as diameter power (stored
left). Add hafl الفراغ yellow to the المجموع to get as level
.القائم Add hafl الفراغ yellow to the bright المجموع to get
 as high .المقابل اضرب to get ; quadruple to get as
matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع
الجذر to obtain 4 ,خطوة the small .الفرق وهذا المطلوب.

3 卷九　大斜四問、大和八問 — الجزء التاسع: أربع مسائل مائلة وثماني مسائل جمعية

此卷十二問，分為二組：大斜四問與大和八問。為全書最難之問，方程式之次有至六乘者。

يحتوي هذا الجزء على 12 مسألة في مجموعتين: أربع مسائل «مائلة كبرى» وثماني مسائل «جمعية كبرى». هي الأصعب في الكتاب كله، بمعادلات تصل إلى الدرجة السادسة.

第一百三十九問 — المسألة ٩٣١

第三十五問：甲丙俱在中心，丙望南門直行，不知步數而止。甲出東門直行，不知步數望見丙，斜行與丙相會。二人共行了六百八十步，仍雲甲直行少於丙直行一百一十九步。問答同前。

السؤال ٣٥: جيا and بينغ are both at the center. بينغ gazes toward the الباب الجنوبي and يمشي مستقيماً, stopping at an unknown المسافة. جيا يخرج من the الباب الشرقي ماشياً مستقيماً; at an unknown المسافة he sees, then Bing يمشي ماثلاً ليلتقي بـ him. Together they walked 680 خطوة; Jia's walk is 119 خطوة straight than less Bing's. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，皇極勾一百三十六步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. القائم: extreme Imperial 136 خطوة.

草曰：二數相減，餘以為冪，內卻減差冪為平實；二數相減又四之於上，又加入二之差步為益從；二步常法。得皇勾一百三十六。

الحل: اطرح the two numbers; اطرح the remainder; مربّع the Quadruple as الفرق the مربّع d as الفرق the المقسوم المسطح. add الحد الأعلى; ضاعف the الفرق as increasing التابع. Two الطريقة الثابتة as استخرج the s extreme imperial القائم: 136.

別得共步即皇極三事和，少步即勾股差也。立天元一為皇極勾。加少步得 □ 為股也，又以天元加股得 □ 為和也。以和減共步得 □ 為弦也，弦自之得 □ 為一段弦冪（寄左）。然後置股以天元乘之，又倍之，得 □ 為二直積，如入少步冪 □ 共得 □ 為同數，與左相消得 □ 。平方而一，得一百三十六即勾也。勾加差為股，勾股相乘，倍之為實，勾股和減共步為法。得城徑。

The Identfiication: total of the three- extreme imperial element المجموع; the النقص is the القائم-المقابل الفرق. Let the unknown be the imperial extreme القائم. Add the unknown to the المقابل add المقابل; as النقص to get □ as the المجموع from the total to get المجموع. اطرح the المجموع to get □ as power (stored left). الوتر squaring gives □ as الوتر; ضاعف to get □ as the المقابل by the unknown and اضرب the rectangular area المقابل. twice Add the d مربّع النقص □ for matching number. Canceling gives □. استخرج the الجذر مربّع to obtain 136, the القائم. Gou plus الفرق the اطرح كمقسوم; ضاعف المقابل; and القائم اضرب المقابل; is divisor as the total from المجموع to obtain the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百四十問 — المسألة ١٤٠

第問： 甲丙俱在西北隅起，丙向南行不知步數而立。甲向東行望見丙，就丙斜行六百八十步與丙相會。丙雲：「我南行步多於甲東行二百八十步。」問答同前。

السؤال : جيا and بينغ both start at the northwest corner. بينغ walks south an unknown number of خطوة and جيا stands. Bing, then walks east, sees جيا يمشي مائلاً 680 خطوة ليلتقي بـ بينغ. "My walk southward says: بينغ walks eastward 280 خطوة." الجواب كما سبق. Jia's answer is the same as above.

答曰： 城徑二百四十步，大勾三百二十步。

草曰： 以雲數差乘雲數並為實，倍多步為從，二為平隅。得大勾三百二十。

立天元為大勾。加差得 □ 為股，倍天元乘之，得 □ 為二積（寄左）。然後以斜步、多步並 □ 與斜步、多步較 □ 相乘，得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得三百二十步，即大勾也。合問。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. القائم: 320 خطوة.

الحل: اضرب the الفرق of the numbers given by their المجموع كمقسوم; ضاعف the excess as التابع; the two as quadratic corner. استخرج the large القائم: 320.

Let the large القائم be the unknown. Add the الفرق to the twice the area stored left). اضرب المجموع the by ضاعف the unknown to get as المقابل; اضرب by the excess الفرق to get as matching number. Canceling gives □. استخرج the مربّع الجذر to obtain 320 خطوة, the large القائم. وهذا المطلوب.

第一百四十一問 — المسألة ١٤١

第問： 甲乙二人共立於艮隅，乙南行過城門而立，甲東行望乙與城參相直而止。丙丁二人共立於坤隅，丁向東行過城門而立，丙向南行望丁及甲乙悉與城俱相直。丙復就甲斜行六百八十步與甲相會。乙、丁又雲：「吾二人直行共得三百四十二步。」問答同前。

السؤال : جيا and يي stand together at the Gen (northeast) corner. جيا walks south past the gate and stands; يي walks east, sees جيا, aligned with the city, and stops. دينغ stand together at the Kun (southwest) corner. دينغ walks east past the gate and stands; بينغ walks south and sees دينغ and يي/Jia aligned with the city. بينغ then يمشي مائلاً 680 خطوة ليلتقي بـ Jia. دينغ and يي also state: "Our two straight walks total 342 خطوة." الجواب كما سبق.

答曰： 城徑二百四十步。

草曰： 二雲數相乘，倍之為實；倍斜行於上，以二雲數相減加上位為從；一步常法。開平方，得城徑。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: اضرب the two given numbers; ضاعف كمقسوم the excess as قطري the ضاعف; add the الفرق of the two as الحد الأعلى; the numbers given as التابع. One الطريقة الثابتة. استخرج the مربّع الجذر to obtain the قطر المدينة.

別得斜步即大弦也。其共步則一徑一虛弦共也，其二數相並為一大和一虛弦共數也。立天元為徑，減於共步得 □ 為虛弦也。以虛弦復減於天元，得 □ 為虛和，以斜步乘之，得 □（寄左）。乃以天元加斜步，得 □ 為大和，以虛弦乘之得 □ 為同數，與左相消得 □ 。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

The Identfiication: قطري is large the الوتر. The مجموع is two the of مجموع The فراغي الوتر. one plus diameter one numbers large one is مجموع plus فراغي الوتر.
Let the unknown be ;اطرح القطر from the مجموع to get as فراغي. الوتر الفراغ اطرح from the unknown to get as فراغي ;اضرب المجموع by the قطري to get (stored left). Add the unknown to the قطري to get as large ;اضرب المجموع by الوتر الفراغ to get as matching number. Canceling gives . استخرج the جذر مربّع to obtain 240 خطوة, the قطر. وهذا المدينة. المطلوب

第一百四十二問 — 二十四百一 المسألة

第問：甲從北門向東直行，庚從西門穿城東行，丙從西門向南直行，壬從北門穿城南行。四人遙相望，悉與城參相直。只雲甲丙相望處六百八十步，庚壬穿城共行了六百三十一步。問答同前。

السؤال : جيا walks east the from الباب الشمالي; Geng walks through the east city the from الباب الغربي; بينغ walks south the from الباب الغربي; Ren walks south through the city the from الباب الشمالي. The four gaze at each other, all aligned with the city. It is only afar, apart; Geng and بينغ are 680 خطوة and جيا that stated الجواب walked together 631 خطوة through the city. Ren كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：共步自之得數。以共步減斜，餘自乘以減上為實。二之斜步加入共步減斜，餘數為從。一步常法。得城徑。

الحل: مربّع the مجموع. اطرح the مجموع from the قطري; مربّع remainder; the اطرح from the الحد الأعلى كمقسوم. ضاعف the قطري and add the remainder of مجموع اطرحed from the قطري as التابع. One الطريقة الثابتة. استخرجs the قطر المدينة.

共行步為一徑與皇和共也，又為大和皇弦差也。甲丙相望即大弦也。以共步減大弦，餘 □ 為皇極弦上減一徑也。立天元一為圓徑，減於共步，得 □ 為皇極和也，以自之得 □ 於上。弦內減共步餘 □ ，又以天元加之為皇弦，以自之得 □ ，減上位，餘得 □ 為兩個皇直積（寄左）。乃以天元乘皇弦得下式 □ 為同數，與左相消得 □ 。平方而一，得二百四十步，即城徑也。合問。

The Identfiication: one plus diameter one is walk total The imperial the minus مجموع large the also ;مجموع imperial the اطرح. الوتر large the is المسافة Bing's and جيا. الوتر large the from مجموع ;الوتر remainder is imperial the diameter. one minus الوتر extreme
Let the unknown be the circle diameter. اطرح from the مجموع to get as imperial extreme. مجموع Squaring gives as الحد. اطرح الأعلى the مجموع from the ;الوتر remainder ; add the unknown as imperial ;الوتر squaring gives . اطرح from الحد ;الأعلى remainder is twice the imperial rectanمقابلlar area (stored left). اضرب the unknown by the imperial الوتر to get as matching number. Canceling gives . استخرج the جذر مربّع to obtain 240 خطوة, the قطر. وهذا المدينة. المطلوب

第一百四十三問 — 三十四百一 المسألة

第問： 庚從西門穿城東行二百五十六步而立，壬從北門穿城南行三百七十五步而立。又有甲丙二人俱在乾隅，甲向東行，丙向南行，各不知步數而立。四人遙相望，只雲甲丙共行了九百二十步。問答同前。

السؤال : الباب the from city the through east walks Geng through south walks Ren stands; and الغربي 256 خطوة جيا stands، and الباب الشمالي 375 خطوة the from city the جيا corner; (northwest) Qian the at both are بينغ and unknown an at each south, walks بينغ and east walks is It afar، from other each at gaze four The المسافة. خطوة. 920 walked together بينغ and جيا that stated only الجواب كما سبق.

答曰： 城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰： 庚東行冪、壬南行冪相並於上，並庚壬步而倍之，內減大和，餘復減於庚壬共，得數以自乘減上位為平實。並庚壬步為益從，半步為隅法。得城徑。

الحل: مربّع add walk; south Ren's and walk east Geng's as الحد الأعلى. Add walks; Ren's and Geng ضاعف; اطرح المجموع; large the المجموع; اطرح again from Geng-Ren مربّع; and اطرح from الحد الأعلى as المقسوم المسطح. Geng-Ren المجموع as increasing التابع. a Hafl step as corner method، the s استخرج قطر المدينة.

立天元一為圓徑，以半之副置二位。上以減於庚東行，得下 □ 為平弦也；下以減於壬南行，得 □ 為高弦也。二弦相並得 □ 為皇弦、虛弦共也。倍此數得 □ 為大弦、虛弦共也。以大弦、虛弦共減於大和，餘 □ 為虛勾虛股共也。天元內減虛勾、虛股共，餘 □ 即虛弦也。復置皇弦虛弦共內減虛弦，餘 □ 即皇極弦也，以自之得 □（寄左）。然後以平弦自之，得下式 □ 為勾冪也，又以高弦自之，得 □ 為股冪也。二冪相並得 □ 為同數，與左相消得 □ 。平方而一，得二百四十步，即城徑也。合問。

place and halve diameter; circle the be unknown the Let to above walk east Geng's from اطرح positions، two in to below walk south Ren's from اطرح; الوتر level as get imperial as to المجموع s الوتر two The الوتر. high as get and large as gives Doubling combined، s فراغي الوتر and get to المجموع large the from اطرح combined، s فراغي الوتر from اطرح. فراغي المقابل and فراغي القائم of المجموع the as imperial the is remainder; المجموع imperial-فراغي the the مربّع left)، (stored gives Squaring الوتر. extreme get to الوتر high the مربّع power; القائم as get to الوتر level number، matching as gives Adding power، المقابل as 240 obtain to مربّع الجذر the استخرج . gives Canceling خطوة, the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百四十四問 — المسألة ١٤٤

第問：甲丙俱在西北隅，甲向東行不知步數而立，丙向南行望見甲，就甲斜行與甲相會。甲直行、丙直行共九百二十步（甲步少於丙步）。又：出東門南行有柳樹一株，出南門東行有槐樹一株。戊己二人同在巽隅，戊就柳樹，己就槐樹，亦與甲、乙遙相望。只雲己行少於戊行數與兩樹相距數相並，得一百四十四步，其二數相減餘六十步。問答同前。

السؤال : جيا and ينغ are both at the northwest corner; the walks east unknown an of number خطوة and stands; south, walks ينغ يرى جيا, then يمشي مائلاً ليلتقي بـ .Jia's him 920 خطوة total walk straight Bing's plus walk straight than less is walk (Jia's الباب the of south Also: Bing's). a is الباب الجنوبي the of east willow; a is الشرقي Wu locust. goes Wu corner; (southeast) Xun the at both are Ji and at gazing also locust, the to goes Ji and willow the to is walk Ji's that stated only is It afar. from يي and جيا between المسافة the plus الفرق the walk; Wu's than less 60 is الفرق their ;خطوة 144 equals trees two the خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，太虛勾四十八步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Grand فراغي القائم: 48 خطوة.

草曰：二雲數相並而半之為虛弦，以乘大和九百二十步於上。以一百四十四減大和，以虛較乘之，減上位為平實。以一百四十四減大和，又二之於上，以二之虛較減上位為從。四虛隅。得太虛勾四十八。

الحل: Add the two given numbers as halve and الفراغ الوتر; اضرب by the large المجموع as 920 الحد الأعلى. اطرح 144 from the large المجموع; اضرب by الفراغ الفرق; اطرح 144 from the المقسوم المسطح. اطرح as الحد الأعلى from large المجموع; ضاعف as الحد الأعلى; اطرح ضاعف الفراغ الفرق التابع. Four as زاوية فارغةs. استخرج grand the s فراغي القائم: 48.

別得甲丙直行共即大和也，戊就柳樹步即虛股也，己就槐樹步即虛勾也。其一百四十四步即二明勾，其六十步即二股也。

立天元一為虛勾，加明勾得 □ 為半徑也，倍之得 □ 即城徑也（又為虛弦上三事和）。二雲數相並而半之，得 □ 即小弦也。相減而半之，得 □ 即小較也。以天元加較得 □ 即小股也，小勾股共得 □ 即小和也。以小三事減大和得 □ 即大弦也。乃先置小和以大弦乘之，得下式 □（寄左）。次以小弦乘大和，得 □，與左相消得下式 □。開平方得四十八步，即虛勾也。加明勾又倍之得二百四十步，即城徑也。合問。

Identfiication: ينغ-Jia is total large the المجموع. Wu's lo- the to walk Ji's ;الفراغ المقابل is willow the to walk الفراغ القائم. is cust The 144 خطوة is twice the bright القائم; 60 the خطوة is twice the المقابل.

Let the unknown be add the bright القائم to الفراغ القائم; الفراغ (also المدينة قطر as to get ضاعف القطر; نصف as to get المجموع). three-element الوتر Halve the المجموع of the two given numbers to get الوتر. as small Halve the الفرق to get الفرق. as small Add the unknown to get المجموع القائم-المقابل is the small المقابل; the small المجموع from the small three-element المجموع اطرح the المجموع. الوتر. as large First place the small المجموع to get الوتر by the large اضرب and المجموع to get (stored left). Then اضرب the small الوتر by the large المجموع to get as matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع الجذر to obtain 48 الفراغ خطوة, القائم. Add the bright القائم المطلوب. وهذا المدينة. قطر the خطوة, 240 to get ضاعف and

第一百四十五問 — المسألة ٥٤٠١

第問：甲從乾隅東行，乙從艮隅南行，丙從乾隅南行，丁從坤隅東行，四人遙相望見。既而甲還至艮隅就乙，丙還至坤隅就丁。甲丙直行共九百二十步，甲還就乙共二百三十步，丙還就丁共五百五十二步。問答同前。

السؤال : جيا walks يي corner; Qian the from east walks the from south walks بينغ corner; Gen the from south The corner. Kun the from east walks دينغ corner; Qian returns جيا Then afar. from other each at gaze four Kun the to returns بينغ Yi; ليلتقي بـ corner Gen the to total walks straight Bing's and جيا Ding. ليلتقي بـ corner return Jia's; خطوة 920 ليلتقي بـ يي totals 230 خطوة; Bing's return ليلتقي بـ دينغ totals 552 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，虛弦一百二步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Void الوتر: 102 خطوة.

草曰：並就數以減直行共，復以所並就數乘之為實；並就數減直行共，得數復加入直行共為法。得虛弦。

الحل: the from اطرح and numbers meeting the Add numbers meeting added the by اضرب total; straight the from numbers meeting added the اطرح كمقسوم. divisor. as total straight the back add total; straight استخرجs الفراغ الوتر.

別得甲丙直行共為大和也，甲還就乙步為小差勾股共也，丙還就丁步為大差勾股共也。以大差勾股共減於大股，餘即虛勾也。以小差勾股共減於大勾，餘即虛股也。二數相並得 □ 為大弦虛弦共也，二數相減，餘 □ 為通差及太虛勾股差共也。又並二數而半之，得 □ 為皇極弦虛弦共，又為皇極勾股共也。

立天元一為虛弦。先以二共數減於大和，餘 □ 為虛勾虛股和於上。次以虛弦減於二共數，餘 □ 為大弦，以乘上位，得下 □（寄左）。然後以天元乘大和，得 □ 元為同數，與左相消得 □ 。上法下實，得一百二步，即虛弦也。加入虛和得二百四十步，即城徑也。合問。

Identfiication: بينغ-Jia straight total is the large المجموع. Bing's; المجموع-المقابل القائم-small-الفرق the is return Jia's large- the اطرح. المجموع-المقابل القائم-large-الفرق the is turn المجموع الفرق the from large المقابل; is remainder فراغي القائم. remain- ;القائم large the from المجموع small-الفرق the اطرح is der فراغي المقابل. Adding both gives large as الوتر plus الفرق Their فراغي الوتر. الفرق is the general الفرق plus grand فراغي القائم-المقابل الفرق. Halving the المجموع gives as im- extreme perial الوتر plus فراغي الوتر, also extreme imperial القائم-المقابل المجموع.

Let the unknown be الفراغ. First اطرح الوتر both sالمجموع from the large المجموع to get as فراغي القائم plus فراغي المقابل المجموع (upper). Then اطرح the unknown from both ;sالمجموع remainder is the large ;اضرب الوتر by the upper to get (stored left). اضرب the unknown by the large المجموع to get as matching number. Canceling gives . Dividing yields 102 ,خطوة الفراغ. الوتر Add الفراغ المطلوب. وهذا المدينة. قطر the خطوة, 240 to get المجموع

第一百四十六問 — المسألة ٦٤٠١

第問：依前見大和，只雲股圓差上勾弦差二百一十六，勾圓差上股弦差二十步。問答同前。

السؤال : only is It known. is المجموع large the before: As is circle-الفرق المقابل the on الفرق-الوتر القائم the that stated is circle-الفرق القائم the on الفرق-الوتر المقابل the and ,216 20 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，小差股一百五十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Small-الفرق المقابل: 150 خطوة.

草曰：以雲數二十步減通和，復以二十步乘之於上。以雲數二百一十六減九百步而半之，乘上位為立實。三因二十步以減通和得八百六十，以二百一十六及二十共得二百三十六，減通和而半之，得三百四十二。二數相乘訖，內減二十之九百步。又以三百四十二及二百一十六共得五百五十八，又二十之以減之為從方。以二百三十六減通和，又以三之二十步減通和，相並於上。以二之五百五十八內卻減二十步，餘以加上位為益廉。四步常法。得小差股一百五十。

الحل: اطرح 20 general the from المجموع; اضرب 20 as الحد الأعلى. اطرح 216 from 900 and; halve اضرب by الحد الأعلى the cubic as shi. 20 Triple and اطرح from المجموع general the 860. Add 216 and 20 to get المجموع general the from اطرح; 236 to halve and 342 to get. اضرب these two numbers; اطرح 20 times 900. Add 342 to 216 and 558 to get; اضرب 20 by and اطرح as التابع. اطرح 236 from the general المجموع; also اطرح 20 triple الحد الأعلى. اطرح 20 from the general المجموع; add as الحد الأعلى to add; 558 ضاعف as Four lian. increasing as الطريقة الثابتة. استخرج the small-الفرق المقابل: 150.

別得小差上股弦差 □ 加二股為大勾也，大差上勾弦差 □ 加二勾為大股也。
立天元一為小差股，加 □ 得 □ 為小差弦也，小差弦上又加天元得 □ 為通勾，以減於和步得 □ 為通股也。通股內減 □ 得 □，半之得下式 □ 即大差之勾也。大差勾上又加 □，得 □ 為大差弦也。再置通股以小差弦乘之，得 □，以天元除之，得 □ 為一個大弦也（泛寄）。再置通勾以大差弦乘之，得 □，合以大差勾除。不除寄為母，便以為大弦（寄左）。乃以大差勾乘泛寄，得 □ 為同數，與左相消得 □。益積開立方，得一百五十步，為小差股也。合問。

The Identfiication: المقابل-الوتر الفرق on the small الفرق the twice plus المقابل is the large القائم. The القائم-الوتر الفرق the twice plus القائم is the large المقابل. Add الفرق on the large المقابل. Let the unknown be the small-الفرق to get الوتر; add the unknown to get الفرق as small-الوتر to get القائم; اطرح from the المجموع to get general as القائم. اطرح المقابل from the general المقابل to get; halve to get القائم. Add الفرق as the large-الفرق to get الوتر as large-الوتر الفرق by the small-الفرق المقابل the general اضرب الوتر. الفرق to get; divide by the unknown to get الوتر as one large (general storage). اضرب القائم the general by the large-الفرق الوتر to get; do not divide by the large-الفرق القائم; take this as the large الوتر (stored left). اضرب the general storage by the large-الفرق القائم to get الفرق as matching number. Canceling gives الجذر. استخرج the cubic by accumulating to obtain 150 خطوة, the small-الفرق المطلوب. وهذا المقابل.

第一百四十七問 — المسألة ١٤٧

第問：依前見大和，只雲高弦、平弦共得三百九十一步，高弦、平弦相較得一百一十九步。問答同前。

السؤال : As before: the large المجموع is known. It is only الوتر high the that stated plus الوتر level total 391 خطوة; الوتر high the exceeds الوتر level by 119 خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

草曰：以較數冪減於共數冪，又半之為實，以共數減大和為益從，一常法。開平方，得圓徑。

الحل: اطرح the مربّع d الفرق from the مربّع d المجموع; halve كمقسوم. اطرح the المجموع from the large المجموع as increas- ing التابع. One الطريقة الثابتة. استخرج the مربّع الجذر to diameter. circle the obtain

別得高弦減於通股為邊股內減明股也，平弦減於通勾為邊勾內減明勾也。其共數即大弦內減皇極弦，又為皇極勾股共也，其相較步即皇極差也。二雲數相並得 □ ，即黃廣弦也。二雲數相減，餘即黃長弦也。以共數減於大和，餘 □ 為皇極弦、圓徑共。
立天元一為圓徑，以減於 □ 為皇極弦也。以共數自之得 □ 於上。以相較數自之得 □ ，減上位，餘 □ ，又半之得 □ 為兩段皇極積（寄左）。乃以天元乘皇極弦，得 □ 為同數，與左相消得下 □ 。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

is المقابل general from edاطرح الوتر High Identfiication: from edاطرح الوتر level ;المقابل bright minus المقابل edge المجموع The .القائم bright minus القائم edge is القائم general also ,الوتر extreme imperial the minus الوتر large the is the is الفرق the ;المجموع المقابل-القائم extreme imperial the الفرق. extreme imperial
Let the unknown be the circle diameter; اطرح from to get as imperial extreme .مربّع الوتر the المجموع to get الأعلى, الحد from اطرح and the الفرق مربّع الأعلى. الحد as leaving ;halve to get as twice the imperial extreme area (stored left). اضرب the unknown by the imperial extreme الوتر to get as matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع الجذر to obtain 240 ,خطوة the المطلوب. وهذا المدينة. قطر

第一百四十八問 — ٨٠٤ المسألة

第問：依前見大和，只雲大差弦四百零八步，小差弦一百七十步。問答同前。

答曰：城徑二百四十步。

草曰：以並雲數減大和，復以相並數乘大和，又倍之為平實。三之通和於上，又以並雲數減大和，加上位為從。二步虛法。得圓徑。

大差弦減和步，餘 □ 為大勾、大差勾共也。以小差弦減大和，餘 □ 為大股、小差股共也。雲數相並得即大弦內減虛弦也，雲數相減得 □ 為虛弦平弦共也。以相並數減於大和，餘 □ 為大差勾、小差股共，又為圓徑、虛弦共也。
立天元一為圓徑，減於 □ 得 □ 為虛弦也。反以減於圓徑得 □ 為小和也。以天元減大和得 □ 為大弦，以乘小和，得 □（寄左）。乃再置虛弦以通和乘之，得 □ ，與左相消得 □ 。開平方得二百四十步，即城徑也。合問。

السؤال : As: before the large المجموع is It known. only
that the stated الفرق-large the is الوتر 408 is خطوة and the small-
الفرق الوتر is 170 خطوة. الجواب كما سبق.

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة.

الحل: اطرح the المجموع of the numbers given the from large المجموع; اضرب the المجموع of the numbers given by the المجموع; ضاعف large the times as المقسوم المسطح. the Triple general المجموع as الحد الأعلى; add the large المجموع minus the المجموع the of numbers given as التابع. Two-step empty method. استخرج the circle diameter.

Identfiication: Large-الفرق الوتر minus the المجموع gives الوتر Small-الفرق. القائم large-الفرق plus القائم large as small- plus المقابل large as gives المجموع large from edاطرح الفرق المقابل. The المجموع of the numbers given the is large الوتر minus الفراغ الوتر; their الفرق is الفراغ الوتر plus level الوتر. اطرحing the المجموع from the large المجموع gives as الفرق-large القائم plus الفرق-small ,المقابل also circle diam- eter plus فراغي الوتر.
Let the unknown be the circle diameter; اطرح from to get as فراغي. اطرح الوتر from القطر to get as small المجموع. اطرح the unknown from the large المجموع to get as large; اضرب الوتر by the small المجموع to get (stored left). اضرب الوتر الفراغ by the general المجموع to get as matching number. Canceling gives . استخرج the مربّع الجذر to obtain 240 ,خطوة the قطر المدينة. وهذا المطلوب.

第一百四十九問 — المسألة ٩٠٤١

第問：依前見大和，只雲黃廣弦五百一十步，黃長弦二百七十二步。問答同前。

السؤال : As: before the large المجموع is known. It is only 510 الوتر is the stated yellow-breadth الوتر is 272 خطوة and the yellow-length خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，虛弦一百二步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Void الوتر: 102 خطوة.

草曰：雲數相並減大和，復以相並數乘之為實。雲數相並減大和，得數復以加大和為法。得虛弦一百二。

الحل: اطرح the المجموع of the numbers given from the اطرح the المجموع كمقسوم. اضرب the المجموع by the numbers given the add the المجموع large from the المجموع large back as divisor. استخرج the الفراغ الوتر: 102.

別得黃廣弦又為大差弦、虛弦共，又為邊股、股共也。黃長弦又為小差弦、虛弦共，又為底勾、明勾共也。以黃廣弦減於大股，餘 □ 即虛股，以黃長弦減於大勾，餘 □ 即虛勾。故並數以減於大和，餘 □ 為虛和也。以虛和減徑即虛弦也。二雲數相並得 □ 為大弦、虛弦共也，雲數相減餘 □ 為虛弦、平弦共。
立天元一為虛弦，以減於七百八十二，得 □ 為大弦也，以小和乘之得 □（寄左）。乃以天元虛弦乘大和，得 □ 為同數，與左相消得 □ 。上法下實，得一百二步，即虛弦也。合問。

Identfiication: Yellow-breadth الوتر is also الفرق-large الوتر plus فراغي الوتر, also edge المقابل plus المقابل. Yellow-length الوتر is also الفرق-small الوتر plus فراغي الوتر, also base القائم plus bright القائم. اطرح yellow-breadth from اطرح فراغي المقابل. is remainder; المقابل large الفرق-large from length القائم; remainder is فراغي القائم. Thus اطرح the المجموع from the المجموع large gives المجموع as فراغي الوتر. Void المجموع is diameter minus فراغي الوتر.
Let the unknown be الفراغ; اطرح الوتر from 782 to get as large. اضرب الوتر by the small المجموع to get (stored left). اضرب الفراغ الوتر by the large المجموع to get as matching number. Canceling gives . Dividing yields 102 خطوة, الفراغ الوتر. وهذا المطلوب.

第一百五十問 — المسألة ٥٠١٠

第問：依前見大和，只雲邊弦五百四十四步，底弦四百二十五步。問答同前。

السؤال : As: before the large المجموع is known. It is only 544 الوتر is the stated edge الوتر is 425 خطوة and the base الوتر خطوة. الجواب كما سبق.

答曰：城徑二百四十步，皇極弦二百八十九步。

الجواب: قطر المدينة: 240 خطوة. Imperial extreme الوتر: 289 خطوة.

草曰：雲數相減自之為實，以大和減並數為法。得皇極弦。

الحل: اطرح the numbers; given مربّع كمقسوم. اطرح the المجموع from the المجموع large as divisor. استخرج the im- extreme perial الوتر.

別得以邊弦減大股，餘 □ 為半徑內減平勾，又為平弦內減勾圓差也。以大勾減於底弦，餘 □ 為高股內少半徑，又為股圓差內少高弦也。二雲數相並，得九百六十九為大弦、皇極弦共也。二雲數相減，得 □ 為皇極勾股差也。並數內減通和，餘 □ 為皇極弦內減圓徑也。

立天元一為皇極弦，以自之於上。以一百一十九自之得 □，減上位得 □ 為二皇積（寄左）。復置天元內減四十九得下式 □ 為黃方。復以天元乘之，得 □，與左相消得 □。上法下實，得二百八十九步，即皇極弦也。內減四十九，餘即城徑也。合問。

Edge Identfiication: الوتر اطرح large from ed المقابل gives □ as نصف القطر minus level القائم, also level الوتر minus القائم as □ gives الوتر base from ed القائم اطرح Large circle-الفرق. high المقابل lacking نصف القطر, also المقابل الفرق-circle lack- high الوتر. The المجموع of numbers, 969, the is large الوتر plus extreme imperial الوتر. Their الفرق is □ the extreme imperial القائم-المقابل الفرق. اطرح the المجموع from general the المجموع; remainder is □ the extreme imperial minus الوتر circle, diameter.

Let the unknown be the imperial extreme مربّع الوتر; it as الأعلى الحد from اطرح and 119 مربّع الأعلى. الحد to get □ as twice the imperial extreme area (stored left). اطرح 49 from the unknown to get □ as yellow اضرب مربّع. by the unknown to get □ as matching number. Canceling gives الوتر. the imperial extreme خطوة, 289 Dividing yields □. المطلوب. وهذا المدينة. قطر the remainder is the 49; اطرح

測圓海鏡

مرآة بحر القياسات الدائرية

(Sea Mirror of Circle Measurements)

一部闡發天元術之千古絕學

إحدى روائع الجبر الصيني القديم في طريقة العنصر السماوي

卷十至卷十二

Volumes 10–12 (Final Volumes)

المجلدات العاشرة إلى الثانية عشرة — المجلدات الختامية

共四十問（第百三十一問至第百七十問）

أربعون مسألة (من المسألة 131 إلى 170) — النهاية العظمى للطريقة

李冶撰

By Li Ye (1192–1279)

冶自序曰：「積年端的心愿，得此以明。」

Originally published 1248 CE, revised 1259 CE

طُبع أولاً عام 1248 م، ونُقح عام 1259 م

Typeset in modern LaTeX with XeLaTeX and xeCJK

Chinese–Arabic Parallel Translation Edition

نسخة موازية باللغتين الصينية والعربية

Contents

緒論

測圓海鏡乃金元數學家李冶（1192–1279）之曠世巨著，初刻於元定宗三年（1248 年），重修於元憲宗九年（1259 年）。全書十二卷，共一百七十問，皆圍繞「勾股容圓」之單一幾何構型，以**天元術**推演至極致。

本冊為全書**終卷**（卷十至卷十二），共四十問（第百三十一問至第百七十問）。此三卷代表中古代數學之巔峰，其特點有三：

- **卷十**（第百三十一問至第百四十問）：多項式方程之極致，屢見**五乘方**與**六乘方**。
- **卷十一**（第百四十一問至第百五十問）：多圓交套之構型，多人行走會合。
- **卷十二**（第百五十一問至第百七十問）：終極難題薈萃，天元術之運用爐火純青。

天元術者，李冶所創之代數方法也。其法**立天元一為某某**（設未知數為 x），依題意布列天元式，通過相消得開方式，最後開方得之。

每問結構依古典慣例：

- **問** – 命題陳述
- **答曰** – 數值答案
- **法曰** – 解法描述
- **草曰** – 詳細演算
- **識別得** – 幾何辨析

مقدمة

مرآة بحر القياسات الدائرية هي تحفة عالم الرياضيات الصيني لي ييه (1192--1279 م)، نُشرت أولاً عام 1248 م، وأُعيد تحريرها عام 1259 م. يتكون الكتاب من اثني عشر مجلداً ومائة وسبعين مسألة، تدور جميعها حول شكل هندسي واحد وهو «الوتر المحتوى في الدائرة»، مُستخدِمةً **طريقة العنصر السماوي** (طريقة تيان يوان) استخداماً مُتقناً.

هذا المجلد الختامي (المجلدات 10--12) يضم أربعين مسألة (من 131 إلى 170). هذه المجلدات الثلاث تمثل **ذروة** الرياضيات الصينية القديمة، وتتميز بثلاث خصائص رئيسية:

- **المجلد العاشر** (131--140): ذروة المعادلات متعددة الحدود، تضم معادلات من الدرجة الخامسة والسادسة.
- **المجلد الحادي عشر** (141--150): تكوينات الدوائر المتداخلة، ومسائل التقاء عدة أشخاص.
- **المجلد الثاني عشر** (151--170): مجموعة المسائل النهائية، والإتقان الكامل لطريقة العنصر السماوي.

طريقة العنصر السماوي (تيان يوان شو) هي الطريقة الجبرية التي ابتكرها لي ييه. تبدأ بـ«**جعل العنصر السماوي واحداً يمثل كذا**» (أي جعل x مجهولاً)، ثم تُنشأ متعددة حدود وفقاً لشروط المسألة، ثم تُحل بالتكرار الرقمي.

هيكل كل مسألة وفق التقليد الكلاسيكي:

- **السؤال** — صياغة المسألة والشروط المعطاة
- **الجواب** — القيمة العددية
- **الطريقة** — وصف الحل العام
- **الشرح المفصل** — عملية الحساب التفصيلية
- **تحديد العلاقات** — تحليل العلاقات الهندسية